

Camion à ressorts

Année 2023 – 2024

Jules Solbes, Gabin Brois, Lucille Borusinski, Maïna Harscoët, élèves de 2nde

Établissement : Lycée du Pays d'Aunis à Surgères (17)

Enseignant : Gaëtan PREVAUD

Chercheur : Gilles BAILLY-MAITRE, Université de La Rochelle



1. Présentation du sujet

Tout d'abord il faut visualiser un camion, il pèse 3 tonnes.

On y ajoute 15 blocs de 1 tonne.

Le camion va donc peser 18 tonnes.

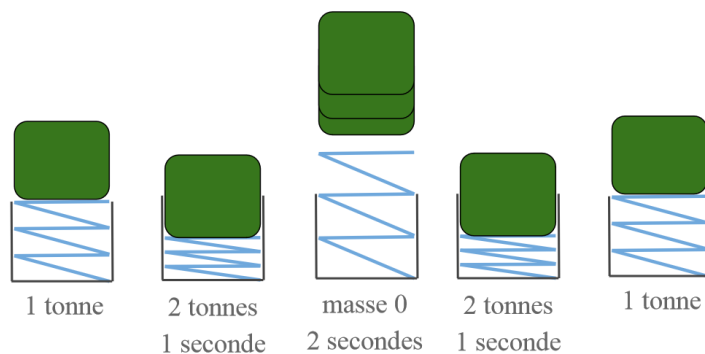
Ce camion est doté d'un mécanisme : il peut envoyer un bloc dans les airs pendant 2 secondes.

À l'origine : 1 sec → bloc : 1 tonne

Avant s'envoler : 1 sec → bloc : 2 tonnes

Pendant qu'il est en l'air : 2 sec → bloc : 0 tonne

Après l'envol (atterrissage) : 1 sec → bloc : 2 tonnes



Le camion va devoir passer sur un pont où le poids maximum est de 17 tonnes, pendant 6 secondes.

Comment faire pour traverser ce pont ?

2. Modélisation

Pour résoudre ce problème on a utilisé un tableur.

15 blocs

Le temps sur le pont + seconde 0 (avant la traversée) + seconde 7 (après la traversée)

	0s	1s	2s	3s	4s	5s	6s	7s
bloc1	1	1	2	0	0	2	1	1
bloc2	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc3	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc4	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc5	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc6	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc7	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc8	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc9	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc10	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc11	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc12	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc13	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc14	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc15	1	1	1	1	1	1	1	1
poids + 3t camion	18	18	19	17	17	19	18	18
nb de 0	0	0	1	1	0	0	0	0
nb de 1	15	14	14	14	14	15	15	15
nb de 2	0	1	0	0	1	0	0	0

Exemple du mécanisme

Poids du camion total

Nombre de 0 ; 1 et 2 dans la colonne

3. Réponse au problème

On peut envoyer 15 blocs donc 15 tonnes sont amovibles.

Il est nécessaire d'envoyer des poids **avant** la traversée.

Sur une même seconde on ne peut pas envoyer plus de 8 blocs. En effet $8 \times 2 = 16$ on y ajoute le poids des 7 autres blocs ce qui nous fait un total de 26 tonnes à l'envoi (seconde 0) et à l'atterrissage (seconde 3). Ce poids dépasse largement les 17 tonnes attendues au maximum.

	0s	1s	2s	3s	4s	5s	6s	7s
bloc1	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc2	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc3	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc4	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc5	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc6	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc7	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc8	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc9	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc10	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc11	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc12	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc13	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc14	1	1	1	1	1	1	1	1
bloc15	1	1	1	1	1	1	1	1
poids	18	26	10	10	26	18	18	18
nb de 0	0	8	8	0	0	0	0	0
nb de 1	7	7	7	7	15	15	15	15
nb de 2	8	0	0	8	0	0	0	0

Si l'on schématise la situation il faut que le nombre de 2 sur une même colonne soit inférieur de 1 seulement au nombre de 0 pour ne pas trop diminuer le poids mais minimiser l'écart entre le poids à ne pas atteindre et le poids envoyé.


Sur une ligne il faut un zéro de plus par rapport au nombre de deux sur la ligne. Il est alors possible d'établir, après avoir déduit le nombre de blocs à envoyer à la première seconde, les lignes suivantes et donc dans notre cas savoir combien de temps notre camion peut être en dessous de 18t.

A la 1ère seconde, 1 bloc de moins doit être envoyé par rapport à la seconde 0 et ensuite on suit la logique ci-dessous.

A partir de là : « 1 bloc de moins doit être envoyé par rapport à la seconde 0 » le nombre de blocs possibles à envoyer à la seconde 0 est compris entre 2 et 8.

Et pour finir on teste de 2 à 8.

Temps traversée



	0s	1s	2s	3s	4s	5s	6s	7s
bloc1	2	0	0	2	1	1	1	1
bloc2	2	0	0	2	1	1	1	1
bloc3	2	0	0	2	1	1	1	1
bloc4	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc5	1	2	0	0	2	1	1	1
bloc6	1	1	2	0	0	2	1	1
bloc7	1	1	2	0	0	2	1	1
bloc8	1	1	2	0	0	2	1	1
bloc9	1	1	2	0	0	2	1	1
bloc10	1	1	1	2	0	0	2	1
bloc11	1	1	1	2	0	0	2	1
bloc12	1	1	1	1	2	0	0	2
bloc13	1	1	1	1	2	0	0	2
bloc14	1	1	1	1	2	0	0	2
bloc15	1	1	1	1	1	1	1	1
poids + 3t camion	21	17	17	17	17	17	17	21
nb de 0	0	3	5	6	6	5	3	0
nb de 1	12	10	6	4	4	6	10	12
nb de 2	3	2	4	5	5	4	2	3
nb de 2 orange	3	2	4	2	3	0	0	0
nb de 2 orange	0	0	0	3	2	4	2	3

4. Remarques

Ces remarques ont été créées et trouvées afin de justifier notre problème de manière rationnelle.

Tableau extrait des résultats des solutions obtenues par secondes :

nb de 0	0	3	5	6	6	5	3	0
nb de 1	12	10	6	4	4	6	10	12
nb de 2	3	2	4	5	5	4	2	3
nb de 2 orange	3	2	4	2	3	0	0	0
nb de 2 bleu	0	0	0	3	2	4	2	3

Soit $u(n)$ le nombre de 0 à l'instant n , $v(n)$ la suite des nombres de 2 en orange, $w(n)$ la suite des nombres de 2 en bleu et $t(n)$ la suite des nombres de 1. On a alors le tableau suivant :

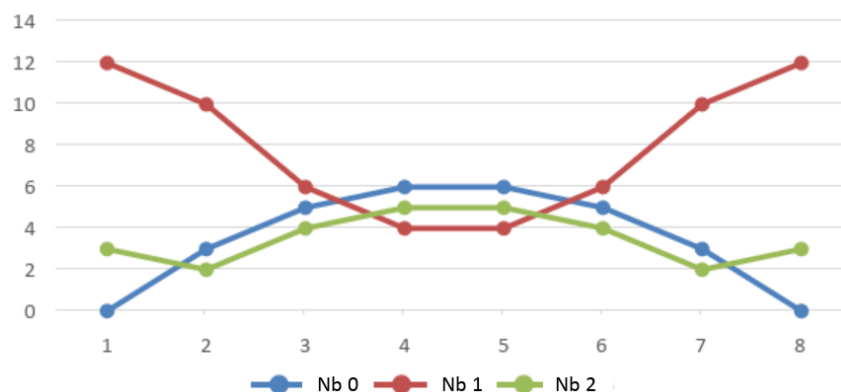
nb de 0	nb de 1	nb de 2 orange	nb de 2 bleu
$u(0)=0$	$t(0)=12$	$v(0)=3$	$w(0)=0$
$u(1)=3$	$t(1)=10$	$v(1)=2$	$w(1)=0$
$u(2)=5$	$t(2)=6$	$v(2)=4$	$w(2)=0$
$u(3)=6$	$t(3)=4$	$v(3)=2$	$w(3)=3$
$u(4)=6$	$t(4)=4$	$v(4)=3$	$w(4)=2$
$u(5)=5$	$t(5)=6$	$v(5)=0$	$w(5)=4$
$u(6)=3$	$t(6)=10$	$v(6)=0$	$w(6)=2$
$u(7)=0$	$t(7)=12$	$v(7)=0$	$w(7)=3$

Nous avons observé plusieurs phénomènes :

$$v(n) + w(n) + t(n) < 18 \text{ et } t(n) = 14 - 2(w(n) + v(n)). \quad (1)$$

Lorsque $n \geq 2$, $u(n) = v(n-1) + v(n-2)$ et lorsque $n \geq 3$, $w(n) = v(n-3)$.

Représentation graphique du nombre de 1;2 et 3 par sec.



Nous avons pu observer une symétrie axiale entre la seconde 4 et 5 nous pensons donc que l'axe de symétrie se situe au centre entre la première et la dernière seconde.

Mais malgré nos observations nous n'avons pas trouvé de formule mathématique pour résoudre ce problème en variant les charges et le temps.

Notes d'édition

(1) Cette relation n'est pas vérifiée pour $n = 0$, mais semble l'être ensuite.