

Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

AUTOUR DES ECLIPSES

Article rédigé par :

Iris Ponson, Zoé Pinchon, Alessandro Frederic et Beatrice Cartocci,
élèves de terminale, année scolaire 2024-2025

Etablissement : **Lycée Stendhal de Milan**, Italie

Enseignant : **Dominique De Luca**

Chercheuse : Dottoressa **Elisa Maria Alessi**, astrophysicienne, membre du Consiglio Nazionale delle Ricerche - IMATI - CNR.

Une partie des résultats a été présentée au Congrès MATH.en.JEANS de Marseille 2025.

Présentation : L'objet de ce travail est de comprendre et de modéliser le principe des éclipses, par exemple de soleil et de lune, d'un point de vue théorique.

Sujet : Etant donné l'orbite de la Terre autour du soleil et un satellite qui orbite autour de la Terre, comment estimer quand et pendant combien de temps le satellite sera dans l'ombre de la Terre ?

Cas particulier : en considérant la Lune comme satellite naturel de la Terre, calculer les espaces de temps entre deux éclipses totales.

Déterminer un programme qui permette de calculer le temps pendant lequel le satellite est dans l'ombre de la Terre.

Déterminer un programme qui visualise les orbites de la Terre et de la Lune autour du soleil et qui matérialise les alignements des 3 corps.

Sommaire :

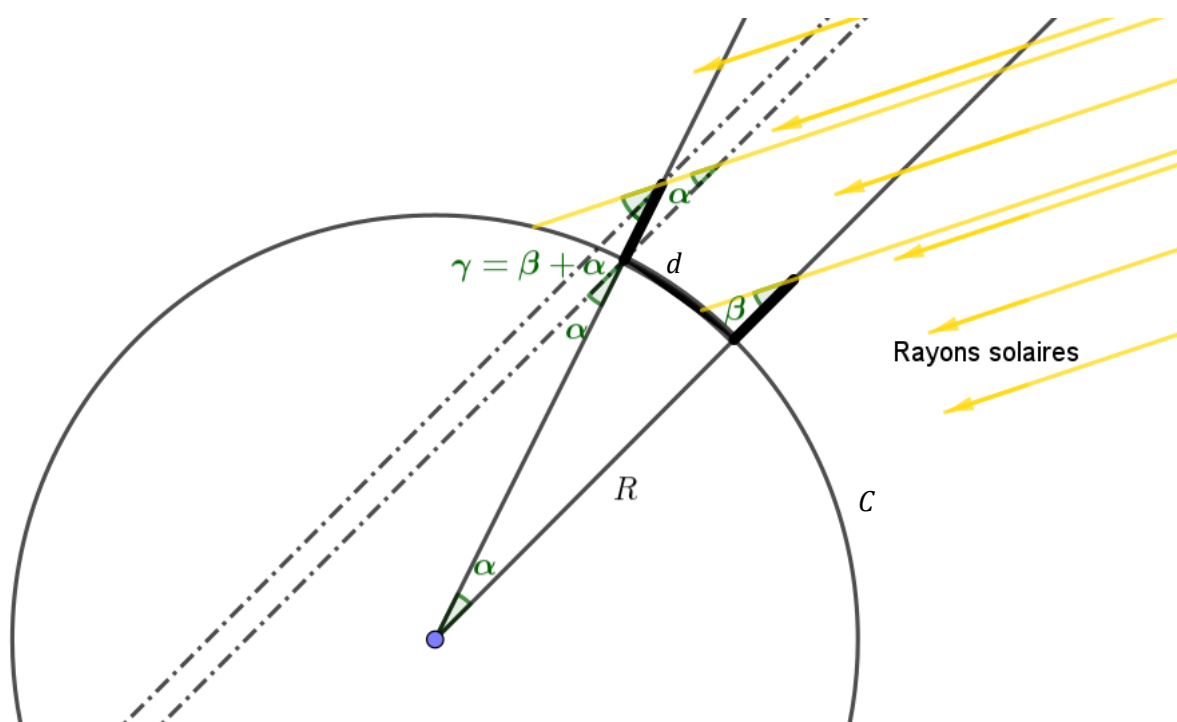
- PARTIE 1 : Le rayon de la Terre
- PARTIE 2 : Les distances et angles de l'espace
- PARTIE 3 : Temps passé par un satellite dans l'ombre de son astre attracteur
- PARTIE 4 : L'éloignement de la Lune et la fin des éclipses lunaires
- PARTIE 5 : Modélisation, étude vectorielle et cycle de Saros

INTRODUCTION

Le 29 mars 2025 a eu lieu une éclipse solaire partielle visible depuis une partie de l'Europe. Ce type d'événement a toujours fasciné les humains : les éclipses étaient jadis vues comme des présages divins, et aujourd'hui, elles sont des occasions rares d'observer en direct les lois de la mécanique céleste. Une éclipse en soi est un phénomène astronomique assez simple conceptuellement, basé sur l'alignement de trois corps célestes dont une étoile et un corps bloquant sa lumière, et il est possible d'en déterminer les caractéristiques par le calcul et la recherche, comme nous l'avons essayé de faire cette année.

PARTIE 1 : le rayon de la Terre [1]

Nous avons décidé de déterminer expérimentalement le rayon de la Terre en employant une méthode qui dérive de celle d'Ératosthène (vers 276 av. J.-C. – vers 194 av. J.-C.), savant grec, conservateur de la bibliothèque d'Alexandrie et précepteur du fils de Ptolémée III. La méthode d'Ératosthène consiste à mesurer la circonférence de la Terre en comparant l'ombre d'un bâton (gnomon) à midi dans deux villes situées sur le même méridien. En connaissant la distance entre ces villes et l'angle formé par les ombres, il a pu calculer la taille de la Terre par une simple règle de proportionnalité. Afin d'appliquer le même principe à notre situation, nous avons pris contact avec le Lycée Français de Berlin pour effectuer les mesures des ombres de deux bâtons identiques, à la même heure, dans les deux villes.



A l'aide de l'ombre d'un bâton de même longueur, posé verticalement à Milan et à Berlin, on peut déterminer les angles que forment les bâtons et les rayons du soleil (que l'on suppose parallèles). Soit β l'angle mesuré à Milan et γ celui mesuré à Berlin. Par des considérations sur les angles formés par des droites parallèles (angles alterne-internes, alterne-externes, opposés par le sommet et angles correspondants) on montre que l'angle α au centre de la Terre formé par le prolongement des bâtons est donné par $\alpha = \gamma - \beta$.

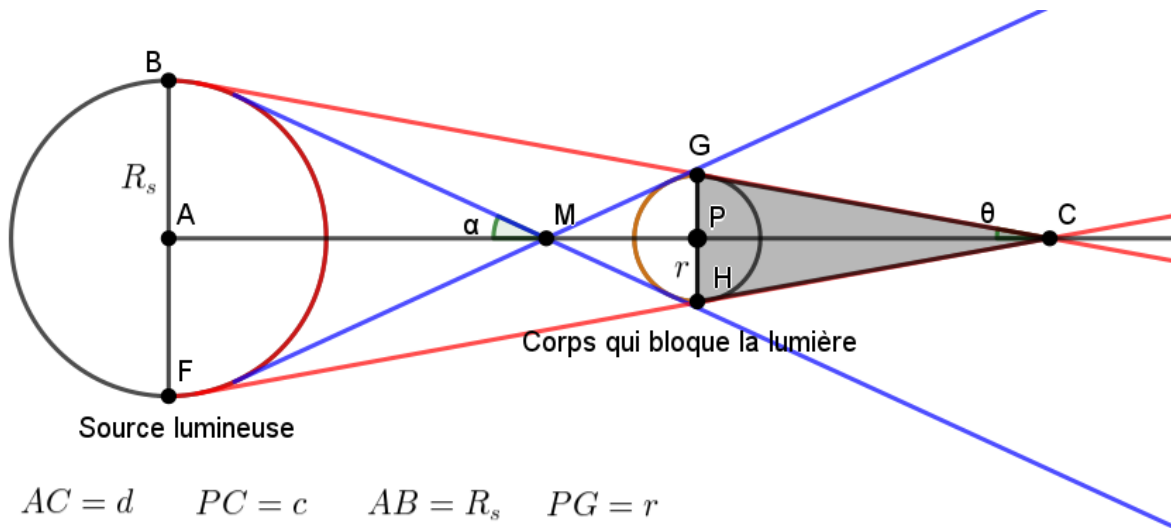
Soit d la distance entre Milan et Berlin, par proportionnalité, la circonférence de la Terre est donnée par $C = d \times \frac{360}{\alpha}$. Comme $C = 2\pi R$, on en déduit que $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{360d}{2\pi\alpha} = \frac{180d}{\pi\alpha}$.

Malheureusement, la météo s'est révélée défavorable les jours prévus et nous n'avons pas eu l'occasion d'effectuer l'expérience.

Pour info : $d = 843$ km, $\alpha(\text{attendu}) = 7,06$. D'où $R \approx 6841$ km.

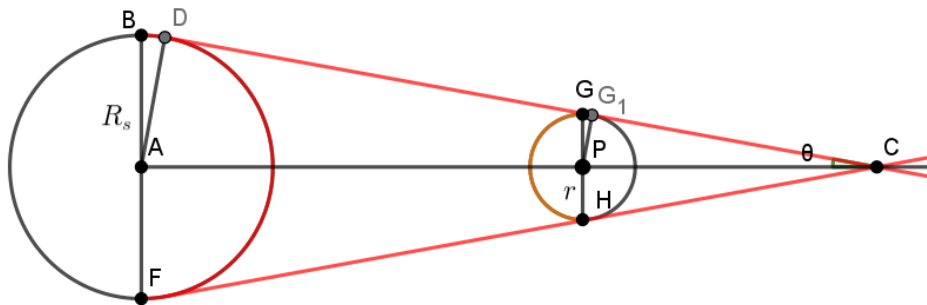
La différence obtenue par rapport au rayon connu de la Terre est dû au fait que Milan et Berlin ne sont pas sur le même méridien. Une méthode pour corriger ce décalage peut être mise en place, en particulier pour corriger la valeur de d .

PARTIE 2 : Distances et angles de l'espace



Dans le schéma ci-dessus, on a plusieurs valeurs inconnues : PC , AM , α et θ . Nous allons commencer par calculer PC , qui représente la hauteur du cône d'ombre créé par l'alignement Soleil - Terre.

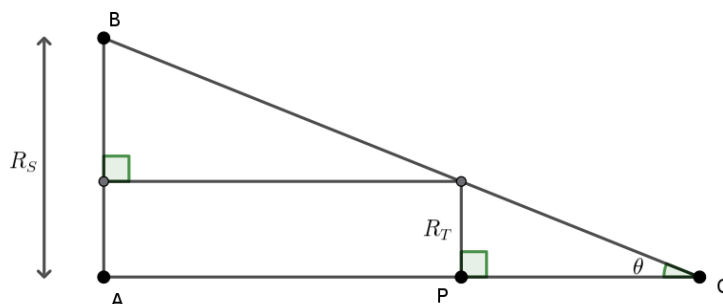
Calcul de PC et de θ :



Remarque : Pour déterminer θ , compte tenu de la distance entre le soleil et la Terre, nous considérons que les points B et D , ainsi que G et G_1 sont confondus. Ce n'est pas le choix que nous ferons pour le calcul de α .

Notons R_S : rayon du soleil, $R_T = r$: rayon de la terre et $D_{T-S} = AP$: distance entre la terre et le soleil.

On a donc la situation suivante :



D'après le théorème de Thalès :

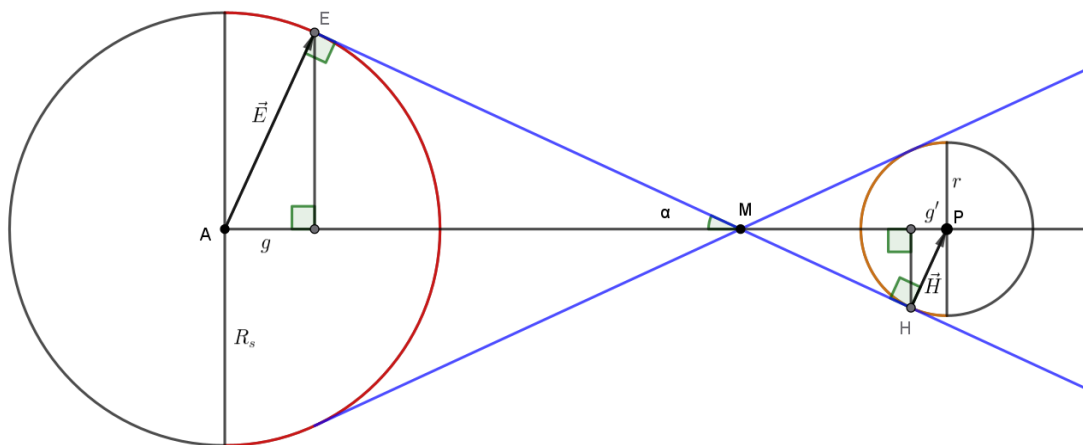
$$\frac{R_T}{R_S - R_T} = \frac{PC}{AP} \Leftrightarrow PC = \frac{R_T \times AP}{R_S - R_T} = \frac{6371 \times 149\,600\,000}{695\,700 - 6371} \approx 1,382 \times 10^6 \text{ km}$$

Maintenant qu'on connaît la distance PC, on peut calculer θ :

$$AC = AP + PC = 149\,600\,000 + 1,382 \times 10^6 = 1,510 \times 10^8 \text{ km}$$

$$\tan \theta = \frac{R_S}{AC} \Leftrightarrow \tan^{-1} \left(\frac{R_S}{AC} \right) = \theta \text{ d'où } \theta \approx 0,26^\circ$$

Calcul de AM et de α :



Comme on sait que les vecteurs \vec{E} et \overline{ME} , et les vecteurs \vec{H} et \overline{ME} sont orthogonaux, alors on peut écrire le système suivant :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E} \cdot \overline{ME} = 0 \\ \vec{H} \cdot \overline{ME} = 0 \end{array} \right\} \text{ avec } \overline{ME} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

On pose $g = x_E$ et $g' = x_H$, les premières coordonnées respectives des vecteurs \vec{E} et \vec{H} .

On a $\vec{E} \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \end{pmatrix}$ et avec le théorème de Pythagore $y_E = \sqrt{R_s^2 - g^2}$. Donc $\vec{E} \begin{pmatrix} g \\ \sqrt{R_s^2 - g^2} \end{pmatrix}$.

De même $\vec{H} \begin{pmatrix} g' \\ \sqrt{R_s^2 - g'^2} \end{pmatrix}$.

Or nous sommes en présence de deux triangles semblables, les longueurs de leurs cotés sont donc proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_T}{R_S} \Leftrightarrow g' = g \times \frac{R_T}{R_S} \text{ donc : } \vec{H} \begin{pmatrix} g \times \frac{R_T}{R_S} \\ \sqrt{R_s^2 - \left(g \times \frac{R_T}{R_S} \right)^2} \end{pmatrix}.$$

On obtient le système suivant en calculant les produits scalaires $\vec{E} \cdot \overline{ME}$ et $\vec{H} \cdot \overline{ME}$:

$$\begin{cases} g \times a + \sqrt{R_S^2 - g^2} \times b = 0 \\ g \times \frac{R_T}{R_S} \times a + \sqrt{(R_S)^2 - \left(g \times \frac{R_T}{R_S}\right)^2} \times b = 0 \end{cases}$$

On cherche les coordonnées point M : On pose $G_T = MP$ et $G_S = MA$.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{G_T}{G_S} = \frac{R_T}{R_S}$

On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} G_T + G_S = D_{T-S} \\ \frac{G_T}{G_S} = \frac{R_T}{R_S} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{R_T}{R_S} \times G_S + G_S = D_{T-S} \\ G_T = \frac{R_T}{R_S} \times G_S \end{cases} \text{ donc } D_{T-S} = \left(1 + \frac{R_T}{R_S}\right) \times G_S \text{ soit}$$

$$G_S = \frac{D_{T-S}}{\left(1 + \frac{R_T}{R_S}\right)} = \frac{149\,600\,000 \text{ km}}{1 + \frac{6371 \text{ km}}{695\,700 \text{ km}}} \approx 1,48 \times 10^8 \text{ km}.$$

Donc $M(1,48 \times 10^8; 0)$ car le point se trouve sur l'axe des abscisses, donc son ordonnée vaut 0.

$$\overrightarrow{ME} \begin{pmatrix} x_E - x_M \\ y_E - y_M \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{ME} \begin{pmatrix} g - 1,48 \times 10^8 \\ \sqrt{R_S^2 - g^2} \end{pmatrix}$$

On reprend le système en remplaçant avec nos nouvelles valeurs :

$$\begin{cases} g \times (g - 1,48 \times 10^8) + \left(\sqrt{695700^2 - g^2}\right)^2 = 0 \\ g \times \frac{6371}{695700} \times (g - 1,48 \times 10^8) + \sqrt{6371^2 - \left(g \times \frac{6371}{695700}\right)^2} \times \sqrt{695700^2 - g^2} = 0 \end{cases}$$

On isole la première équation :

$$g^2 - 1,48 \times 10^8 g + 695700^2 - g^2 = 0$$

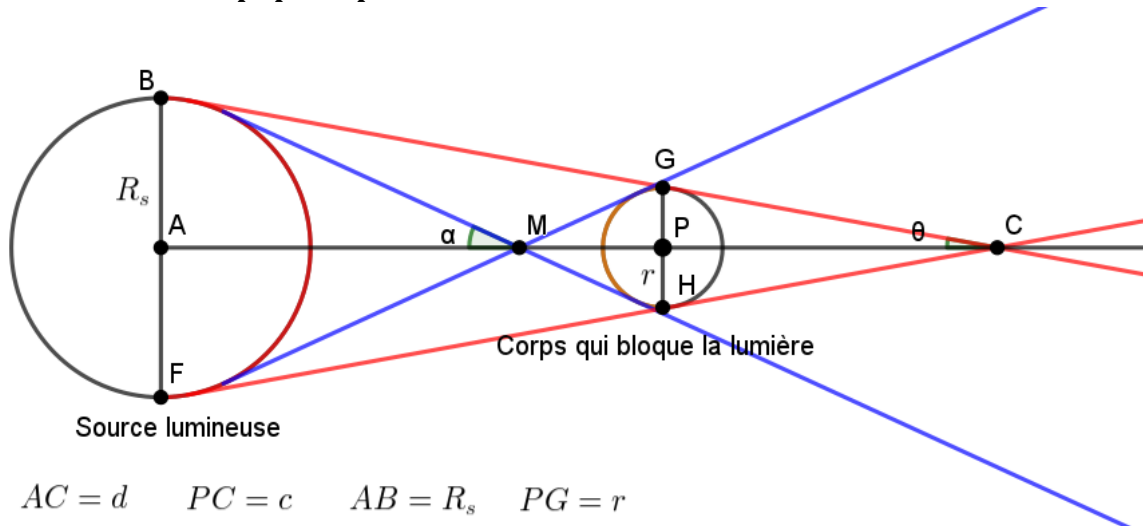
$$1,48 \times 10^8 g = 695700^2$$

$$g = \frac{695700^2}{1,48 \times 10^8}$$

$$g \approx 3270,3 \text{ km}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{R_S^2 - g^2}}{AM - g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{695700^2 - 3270,3^2}}{1,48 \times 10^8 - 3270,3}\right) \approx 0,27^\circ. \text{ Donc : } \alpha = 0,27^\circ.$$

PARTIE 3 : Temps passé par un satellite dans l'ombre de son astre attracteur



$$AC = d \quad PC = c \quad AB = R_s \quad PG = r$$

La détermination de la durée d'une éclipse revient à déterminer le temps que le satellite qui s'interpose entre la source lumineuse et l'astre passe dans le cône d'ombre. Nous allons alors chercher les coordonnées de deux points : celui d'entrée dans l'ombre et celui de sortie.

Pour faire cela, dans un premier temps, nous avons déterminé les équations des deux droites tangentes à la fois à la source lumineuse et à l'astre attracteur (ici, la planète Terre). On considère, en faisant une approximation pour simplifier les calculs, que les trois corps se situent dans un même plan et donc que, lorsqu'ils sont alignés, il existe un axe passant par leurs trois centres de masse respectifs. Ainsi, comme on peut le voir sur le schéma, les deux droites dont on cherche à déterminer les équations sont symétriques par rapport à cet axe. De cette constatation on déduit que le coefficient directeur de l'une sera l'opposé du coefficient directeur de l'autre. On considère également que les droites sont tangentes à la Terre en G et en P (voir remarques de la partie 2). Ensuite, nous nous plaçons dans le repère orthonormal $\left(P; \frac{\vec{PC}}{\|\vec{PC}\|}, \frac{\vec{PG}}{\|\vec{PG}\|}\right)$ voir schéma ci-dessous, et on détermine l'équation de la droite (GC) :

$$y = mx + p$$

Pour $x = 0$, on a $y = PG$ d'où $p = PG$.

On prend $C(PC; 0) \in (GC)$, d'où : $0 = m \times PC + PG \Leftrightarrow -PG = m \times PC \Leftrightarrow \frac{-PG}{PC} = m$.

On a donc comme équation de droite (GC) :

$$y = \frac{-PG}{PC}x + PG \Leftrightarrow y = -\frac{r}{PC}x + r \Leftrightarrow y = -0,00461x + 6371.$$

De même, on établit que l'équation de (HC) est :

$$y = \frac{PG}{PC}x - PG \Leftrightarrow y = \frac{r}{PC}x - r \Leftrightarrow y = 0,00461x - 6371.$$

On détermine ensuite l'équation du cercle représentant l'orbite du satellite Lune. Le centre de ce cercle est le centre de la Terre noté P(0;0). En notant R_0 le rayon de l'orbite (qui correspond à la distance entre la Terre et la Lune), l'équation de l'orbite est :

$$Ro^2 = (x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 \Leftrightarrow Ro^2 = x^2 + y^2 \text{ (E')}.$$

Avec (CG) : $y = -0,00461x + 6371$, on a alors (E') $\Leftrightarrow Ro^2 = x^2 + (-0,00461x + 6371)^2$

$$Ro^2 = x^2 + 0,000021x^2 - 58,7404x + 40589641$$

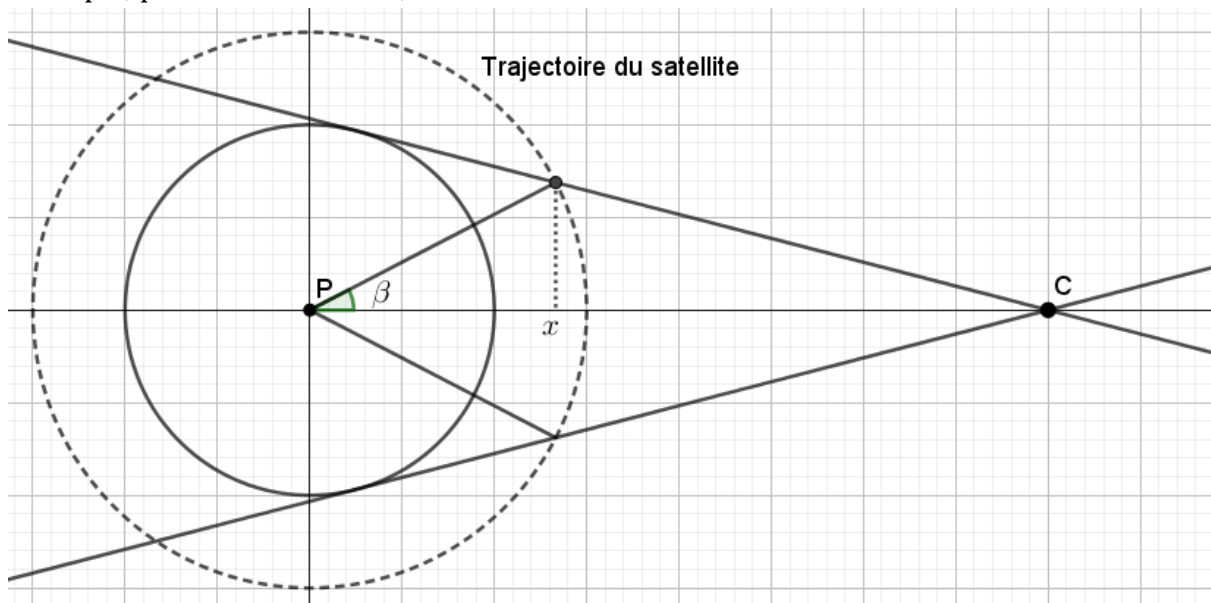
$$1,000021x^2 - 58,7404x + 40589641 - Ro^2 = 0$$

$$\Delta = 58,7404^2 - 4 \times 1,000021 \times (40589641 - Ro^2).$$

Comme $Ro > r$, alors $40589641 - Ro^2 < 0$ donc $\Delta > 0$.

$$x' = \frac{58,7404 - \sqrt{\Delta}}{2,000042} \text{ et } x'' = \frac{58,7404 + \sqrt{\Delta}}{2,000042} \text{ seule valeur toujours positive.}$$

Exemple, pour $Ro = 7000$ km, on a $x'' \approx 2930$ km.



$$\text{D'autre part : } x = Ro \times \cos(\beta)$$

$$\cos(\beta) = \frac{x}{Ro}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{x}{Ro}\right) = \beta$$

On pose $\alpha = 2\beta$, l'angle qui détermine le passage du satellite dans le cône d'ombre.

Passons maintenant au calcul de la durée pendant laquelle le satellite est dans le cône d'ombre, que l'on note t . Avec T la période de révolution de la Lune (le satellite) autour de la Terre (ou du satellite autour de l'astre attracteur, de manière plus générale). On a :

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\alpha}{t}$$

$$\frac{T \times \alpha}{2\pi} = t$$

Or, d'après la 3e loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{Ro^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_T}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \times Ro^3}{GM_T}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times Ro^3}{GM_T}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Ro^3}{GM_T}}$$

D'où :

$$t = \frac{\alpha \times 2\pi}{2\pi} \times \sqrt{\frac{Ro^3}{GM_T}}$$

$$t = \alpha \times \sqrt{\frac{Ro^3}{GM_T}}$$

Le Python :

Une fois les calculs terminés et les modèles informatiques achevés, il nous restait une chose à faire: globaliser nos recherches à une situation générale.

Ainsi, nous nous sommes dédiés à la création d'un programme Python, le plus simple possible, permettant de calculer la durée approximative pendant laquelle un satellite en orbite autour d'un astre va se trouver à l'intérieur du cône d'ombre créée par cet astre.

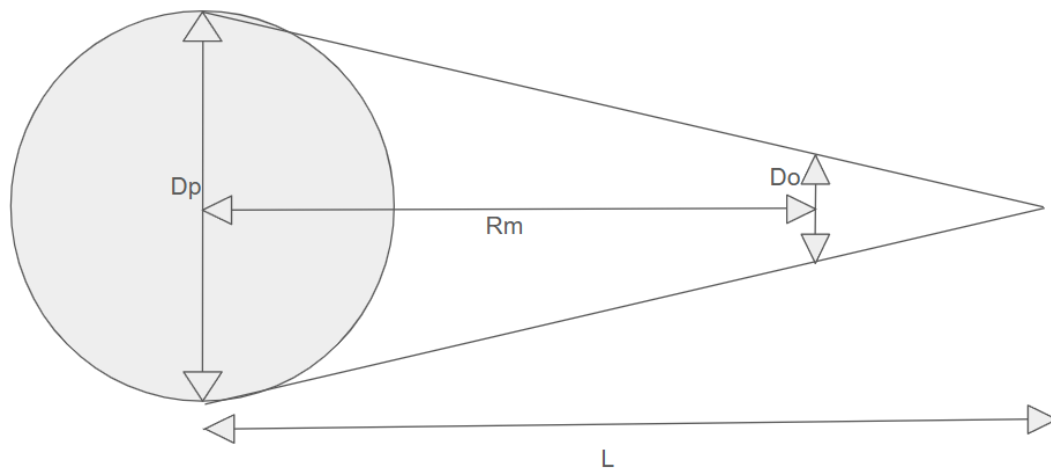
Bien évidemment, pour être simple, ce programme repose sur deux approximations majeures que nous détaillerons maintenant:

- Nous travaillons dans un modèle plan (à deux dimensions) avec des orbites circulaires; en effet, les calculs avec des ellipses seraient plus compliqués à modéliser sur Python.
- Nous considérons que le satellite est réduit à un point ; son passage dans le cône d'ombre est considéré comme instantané.

Dans un tel système, nous considérons donc que les objets célestes décrivent des cercles parfaits les uns autour des autres. Nous avons établi dans la partie 2 que, dans ce cas, la longueur L du cône d'ombre est donnée par la relation: $L = PC = \frac{R_T \times AP}{R_S - R_T} = \frac{D_P \times R}{D_S - D_P}$, avec $D_P = 2R_P$ (= $2R_T$ dans le cas de la Terre), $D_S = 2R_S$ et R le rayons orbital de la planète (corps qui bloque la lumière).

Pour déterminer la durée T pendant laquelle notre satellite va se trouver dans l'ombre de la planète étudiée, il faut d'abord déterminer la distance D_O que ce satellite devra parcourir dans le cône d'ombre créée par la planète. Pour un cercle d'un ordre de grandeur tel que celui de l'orbite d'un satellite, si l'on prend une petite portion de l'arc de cercle (soit celle qui passe à travers le cône d'ombre); la courbure de celle-ci est quasiment nulle. On approche donc la distance D_O par celle d'un segment. Nous verrons

que malgré cette approximation, les valeurs trouvées grâce au programme sont assez proches des valeurs réelles.



Dans le schéma ci-dessus représentant la situation dans laquelle le satellite traverse le cône d'ombre en ligne droite, nous voyons que nous pouvons appliquer le théorème de Thalès (avec R_m la distance entre le centre de la planète et le satellite). On trouve alors :

$$\frac{D_0}{D_p} = \frac{L - R_m}{L} \text{ donc } D_0 = D_p \left(1 - \frac{R_m}{L} \right).$$

Enfin, conformément à la définition d'une durée, T sera égal à la distance D_0 divisée par la vitesse orbitale du satellite. Ainsi, $T = \frac{D_0}{v}$. Or, puisque l'orbite du satellite est circulaire, $v = \frac{C}{T_{orbite}}$, avec C la circonférence de l'orbite du satellite, donnée par la relation $C = 2\pi R_m$ et T_{orbite} la période orbitale du satellite.

A l'aide de ces considérations, nous obtenons donc un programme qui fonctionne de la manière suivante:

- Lignes 1 à 7, le programme va demander certains paramètres importants (ici, D_0 est notée D_u).
- Lignes 10 à 13: Ensuite, il va calculer la longueur L du cône d'ombre et la comparer au rayon de l'orbite du satellite (R_m) car en effet, si $R_m > L$ il n'y a pas d'éclipse totale.
- Lignes 14 à 19: Le programme va calculer la durée de l'éclipse en procédant de la manière que nous avons expliqué.
- Lignes 21 et 22: le programme renvoie à l'utilisateur la durée approximative de l'éclipse

```

1 import math
2 # Les longueurs sont en km et les durées en heures
3 Dp = float(input("Diamètre planète ?:"))
4 Ds = float(input("Diamètre soleil ?:"))
5 R = float(input("Rayon orbital planète?:"))
6 Rm = float(input("Rayon orbital satellite?:"))
7 Torbital = float(input("Periode orbitale?:"))
8
9 def duree_eclipse(Dp,Ds,R,Rm,Torbital):
10     L = (Dp*R)/(Ds-Dp)
11     if Rm >= L :
12         print("La lune est en dehors du cone d'ombre, pas d'éclipse totale.")
13         return 0.0
14     else:
15         Du = Dp*(1-Rm/L)
16         circonference_orbite = 2*math.pi*Rm
17         vm = circonference_orbite/Torbital
18         Teclipse = Du/vm
19     return Teclipse
20
21 duree = duree_eclipse(Dp,Ds,R,Rm,Torbital)
22 print(f"Durée approximative de l'éclipse: {duree:.2f} heures")

```

Voici des durées obtenues par notre programme.

Pour la Lune

```

Diamètre planète?: 12742
Diamètre soleil?: 1392700
Rayon orbital planète?: 149597870
Rayon orbital satellite?: 384400
Periode Orbitale?: 655.7
Durée approximative de l'éclipse: 2.50 heures

```

Pour une éclipse de Titan, un des satellites de Saturne

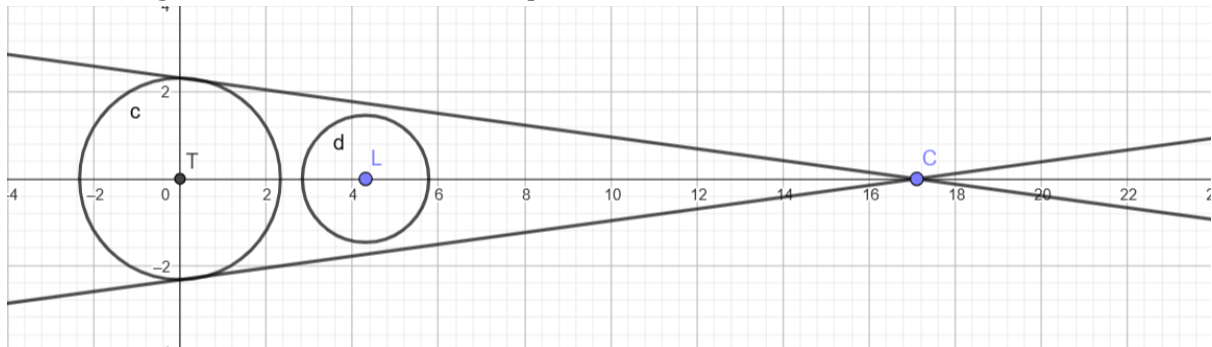
```

Diamètre planète?: 120536
Diamètre soleil?: 1392700
Rayon orbital planète?: 1426666422
Rayon orbital satellite?: 1222000
Periode Orbitale?: 382.68
Durée approximative de l'éclipse: 5.95 heures

```

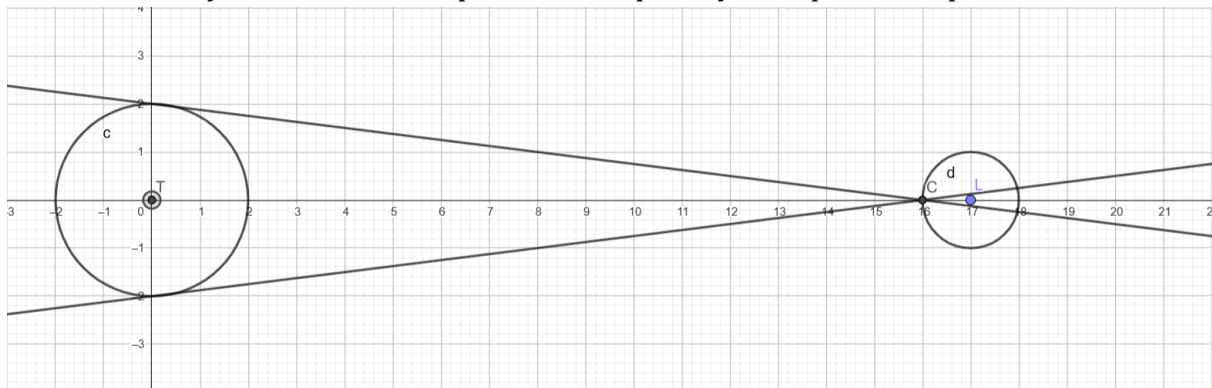
PARTIE 4 : L'éloignement de la Lune et la fin des éclipses lunaires

La Lune s'éloigne progressivement de la terre, de 3,8cm par année a cause des marées et de la force gravitationnelle de la lune qui les attirent.



Modèle Geogebra : T = Terre
L = Lune
C = extrémité du cône d'ombre

On a donc essayé de déterminer quand est ce qu'il n'y aura plus d'éclipses lunaires:



Données :

PC = cône d'ombre

TL = distance terre lune (~384 000 km)

D_p = distance a parcourir pour sortir du cône d'ombre

R_L = rayon de la lune

V_L = vitesse a laquelle la lune s'éloigne de la terre (~3.8 cm/an)

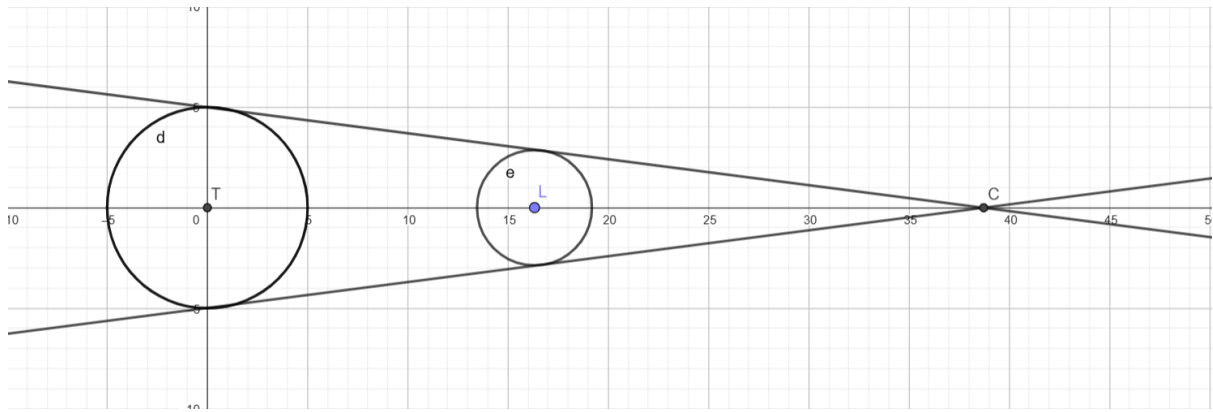
T_s = durée au bout de laquelle la lune sortira complètement du cône d'ombre

$$D_p = PC - TL + R_L$$

$$D_p = 1,4 \times 10^6 \text{ Km}$$

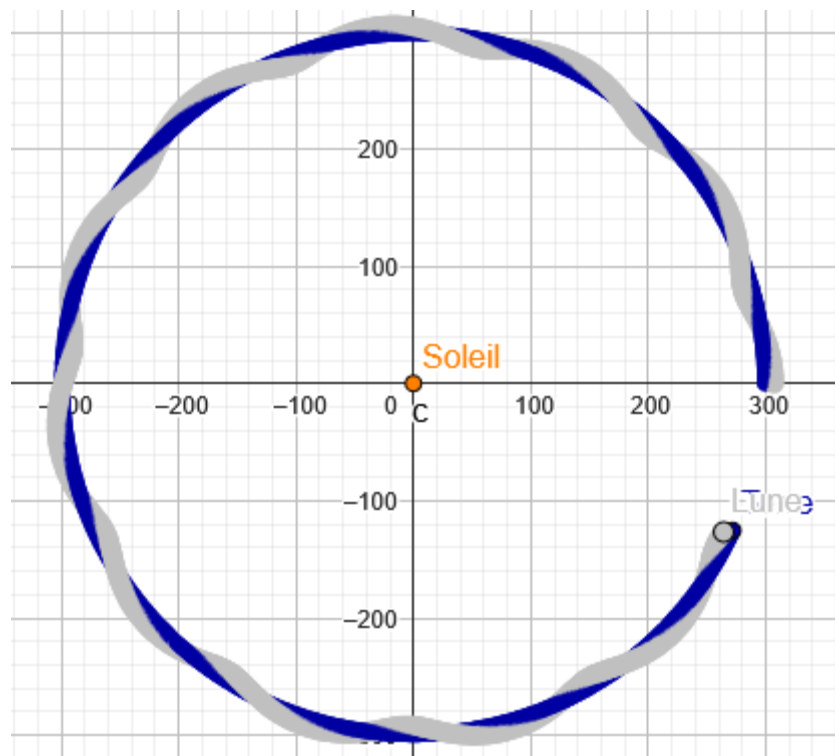
$$T_s = \frac{D_p}{V_L}$$

$$T_s = 3,7 \times 10^{10} \text{ années}$$



Donc, avec une vitesse d'éloignement constante de 3,8 cm/an et une distance à parcourir de $1,4 \times 10^6 km$; la Lune dépassera l'extrémité du cône d'ombre d'ici 370 milliards d'années.

PARTIE 5 : Modélisation, étude vectorielle et Cycle de Saros



Pour ces calculs, nous nous sommes placés dans un modèle en 2 dimensions où les différentes orbites sont circulaires. Afin de mieux comprendre ce que nous étudions, nous avons d'abord modélisé le système sur Geogebra en nous basant sur le cercle trigonométrique. Nous avons donné pour coordonnées du centre du Soleil (0; 0), du centre de la Terre ($149,6\cos(a)$; $149,6\sin(a)$) avec 149,6 donc la distance du soleil à la Terre (soit une échelle de 1: 1 000 000) et a une variable représentant l'angle entre l'axe des abscisses et l'axe Soleil-Terre (nombre de jours de notre modélisation). Pour le centre de la Lune, nous avons pris :

$$\left(149,6\cos(a) + 0,384\cos\left(\frac{365,25}{27,32}a\right); 149,6\sin(a) + 0,384\sin\left(\frac{365,25}{27,32}a\right)\right)$$

avec les coefficients des sinus et cosinus permettant de placer le point en "orbite" autour de la Terre et le coefficient de $\frac{365,25}{27,32}$ permettant de conserver la proportionnalité de la vitesse de rotation de la Lune autour de la Terre par rapport à celle de la Terre autour du Soleil.

Modélisation à l'échelle : <https://www.geogebra.org/m/wnhfuat9>

Modélisation non à l'échelle : <https://www.geogebra.org/m/tcrkzsuw>

Grâce à ces coordonnées, nous pouvons modéliser notre problème d'alignement des trois corps par l'alignement de trois points. Pour détecter un alignement, on utilise

la colinéarité des vecteurs Terre-Lune et Soleil-Terre en cherchant quand leur déterminant est nul. On cherche alors a tel que le déterminant des vecteurs est égal à 0. On a la formule du déterminant qui est : $x_{\overrightarrow{ST}} \times y_{\overrightarrow{TL}} - x_{\overrightarrow{TL}} \times y_{\overrightarrow{ST}}$.

Après développement, et à 0,1 près, on obtient :

$$x_{\overrightarrow{ST}} \times y_{\overrightarrow{TL}} - x_{\overrightarrow{TL}} \times y_{\overrightarrow{ST}} = 0 \Leftrightarrow 57,4(\sin\left(\frac{365,25}{27,32}a\right)\cos(a) - \cos\left(\frac{365,25}{27,32}a\right)\sin(a)) = 0. \text{ (E)}$$

Or par les formules d'addition de trigonométrie on a :

$$\cos(x)\sin(b) - \sin(x)\cos(b) = \sin(b - x). \text{ D'où :}$$

$$\text{(E)} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{365,25}{27,32}a - a\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{33793}{2732}a\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{33793}{2732}a = 2k\pi \text{ ou } \frac{33793}{2732}a = \pi + 2k'\pi \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{5464}{33793}k\pi \text{ ou } a = \frac{2732}{33793}(2k' + 1)\pi \text{ avec } k \text{ et } k' \text{ entiers relatifs.}$$

Ce sont donc 25 valeurs de a pour lesquelles les trois corps sont alignés : les 13 valeurs obtenues avec k donnant les éclipses de lune théoriques (situation initiale comprise) et les 12 obtenues avec k' donnant les éclipses solaires théoriques. (Compte tenu des conditions initiales liées à notre paramétrage). Ces valeurs correspondent au nombre de cycles lunaires qu'il y a en une année. Ce nombre d'éclipses annuelles important est lié au fait que, dans notre modèle, la lune, la Terre et le soleil sont dans un même plan.

Par ailleurs, il est possible de mentionner ici le cycle de Saros, même si celui-ci ne s'applique pas dans notre configuration simplifiée. Le cycle de Saros est très ancien, il était déjà connu des Babyloniens. Il dure environ 18 ans, 11 jours et 8 heures, soit 223 lunaisons. C'est une période associée au retour d'une éclipse de Soleil (ou une éclipse de Lune) après une éclipse totale. Ainsi, si une éclipse a lieu à un instant t alors il est possible de prédire qu'au temps $t + 223$ lunaisons il s'en reproduira un autre, quasiment identique. Toutefois, à cause de l'inclinaison de l'orbite lunaire et du décalage horaire, l'éclipse ne sera pas visible au même endroit sur Terre.

NOTES DE L'ÉDITION

[1] Il est intéressant que les étudiants aient réappliqué la méthode d'Eratosthène pour mesurer le rayon de la Terre. Il devrait toutefois être clair que cette partie n'est pas essentielle pour le reste du travail.

Le travail est ensuite laissé en suspens (en raison de conditions météorologiques défavorables), mais certains points auraient pu être discutés. Par exemple, comment peut-on obtenir une valeur significative de d ? Et aussi, comment déterminons-nous les angles γ et β à partir des ombres des bâtons à Milan et à Berlin ?