

Commentaires de Catherine Goldstein, mathématicienne, Université de Paris XI, Orsay, concernant le travail des élèves du lycée Georges Braque d'Argenteuil.

Remarques sur le travail du groupe “Espaces à plusieurs dimensions”. [p. 69]

Après quelques flottements autour des projections de l'hypercube à 4 dimensions, la projection d'un film (voire P. Audin) a orienté le groupe vers la recherche d'une méthode pour explorer un monde plan. Pendant assez longtemps (presque jusqu'au colloque du Palais de la Découverte), le sujet était presque technologique : fabriquer une sorte de robot dont on pouvait espérer qu'il détecterait la forme des figures — au moins de quelques figures simples, en particulier des polygones, puis des cercles et ellipses. Se posaient en particulier le problème de la détermination minimale de ces figures (faut-il en faire le tour complet pour les reconnaître ?) et le problème de simplifier l'univers à explorer (les figures devaient être espacées suffisamment pour ne pas gêner la marche du robot, quels indices étaient reconnaissables, etc.). A ce stade, les enseignantes et moi nous demandions même s'il s'agissait vraiment de mathématiques ! Tout à la fin, la question de distinguer des cercles et des ellipses (avec un robot adapté déjà aux polygones et capable surtout de mesurer des longueurs et des angles) a fait surgir plusieurs pistes de recherche, dont la détermination d'une courbe plane à partir de deux longueurs. Ceci est resté en suspens faute de temps pour l'explorer davantage.

Groupe “Sommes de carrés”. [p. 25]

Il y a eu deux aspects tout à fait distincts : l'un plutôt arithmétique, celui de l'examen de certaines relations à partir de sommes de carrés, l'autre sur la réalisation géométrique d'une décomposition en somme de carrés lorsque le calcul la prédit.

La partie arithmétique a été commencée dès le début et a nécessité de temps en temps un apport de résultats connus par ailleurs (par

Loi d'Estelle 1

Il y a 28 nombres qui s'écrivent avec deux 1 entre 1 et 1000.

11.101.110.111.112.113.114.115.116.117.118.119.
121.131.141.151.161.171.181.191.211.311.411.511.
611.711.811.911.

exemple le fait que tout nombre premier de la forme $4n + 1$ est somme de deux carrés).

L'autre partie a fait l'objet de nombreux flottements pour discerner une voie fructueuse ; en particulier, les règles et les contraintes du découpage n'étaient pas claires : c'est au deuxième séminaire qu'une question sur un découpage proposé a poussé vers des calculs plus précis, suggéré d'exiger que les figures découpées aient des côtés entiers par exemple, ce qui limite sévèrement les possibilités.

Groupe “Distances p-adiques”. [p. 33]

Le groupe a progressé très régulièrement en sélectionnant plusieurs thèmes très variés : distances, calculs de relations, représentations graphiques, relations entre calculs et graphes, etc. L'assimilation de ce qu'était une distance p-adique a semblé si rapide que les élèves avaient parfois du mal en exposant à comprendre pourquoi les autres étaient déconcertés. Diverses configurations de ces distances ont été proposées qu'on aurait aimé visualiser (en particulier une dans un espace à trois dimensions).

Groupe “Constructions mécaniques”. [p. 65]

Tout au début de l'année une machine à construire des symétriques (par rapport à une droite ou un point) a été mise au point. Un travail plus théorique a consisté à étudier une construction à la règle et au compas du pentagone : la justification de la construction a utilisé des notions de géométrie et de trigonométrie. Ensuite, sur la base du livre de Mascheroni, il s'agissait de refaire la construction des sommets sans règle : pour cela il a

fallu adapter à ce cas particulier des techniques de substitution. Parmi les questions soulevées, figure le nombre d'opérations nécessaires pour les deux constructions et leur comparaison. D'autres figures pourraient être étudiées dans cette perspective, avec l'usage d'autres instruments.



Quelques remarques en vrac :

Les rythmes des différents groupes ont été très différents : certains avançant systématiquement chaque semaine, d'autres par à-coups. Dans tous les cas (et surtout dans le second), j'ai eu l'impression que quelque chose se passait au moment du second séminaire, donc "trop tard" en quelque sorte pour permettre de réaliser complètement le projet.

Reconnaître ce que pourrait être une piste n'est pas facile ! De ce point de vue, la situation est très proche de la direction de recherches usuelle (à l'université), et même plus difficile pour le chercheur ou la chercheuse : les sujets étant assez élémentaires au départ sont susceptibles de partir dans beaucoup de directions — discerner celles qui peuvent aboutir en le temps permis ou à peu près est très intéressant et un peu angoissant. J'ai pris le parti d'être très peu dirigeant, d'accepter toutes les pistes, je ne sais pas si c'est la bonne méthode (ni même si c'est tout à fait vrai). Par ailleurs, il s'agit aussi d'ajuster plusieurs avis, en particulier celui des enseignant-es, ce qui est inhabituel et très intéressant.

Toute la situation est très stimulante, intellectuellement. Les mathématiques que j'aime ne sont pas exactement du style possible ici donc je ne parlerai pas d'une incitation directe pour la recherche — bien que cela dépende sans doute fortement des goûts personnels. Mais on est au moins amené-e à voir fonctionner de très jolies mathématiques dans des situations inattendues et sous une grande variété d'aspects.

La question des démonstrations n'est pas simple ! Elles viennent comme justifications si l'on insiste, elles apparaissent rarement comme fondement de l'activité mathématique, ce qui au bout du compte paraît une attitude assez saine. J'aurais aimé peut-être que le caractère consensuel de l'entreprise apparaisse encore plus clairement, que les preuves soient réclamées par d'autres, etc. Mais là encore, le manque de temps ne l'a pas permis.