empilements de sphères

lycée Jean Jaurès d'Argenteuil (95100)

enseignants : MM. Joseph Césaro et René Veillet

groupe "polyèdres réguliers" qui a parrainé le grou - pe "empilement des sphères" (Argenteuil)

Leur sujet porte sur l'empilement de sphères dans une boîte parallélépipèdique — c'est-à-dire remplir des parallélogrammes de même forme. Le nombre de sphères dans une boîte de dimension n/p :

(• rangement simple

(• rangement par chevauchement

n : nombre de rangées

p : nombre de sphères (oranges) dans une rangée.

Exemple : sur un carré 7/7 oranges, on trouve le nombre exact d'orange qu'il y a dans le carré.

Mon point de vue : apparemment le sujet a été bien compris par le public, même si il y a eu quelques hésitations de la part des présentateurs, mais tout s'est bien passé.

Le sujet a été présenté par Eric / Sébastien / Sébastien et Aurélie du lycée Jean Jaurès d'Argenteuil sous la direction de leur professeur de mathématiques, M. R. Veillet.

K. Chellal

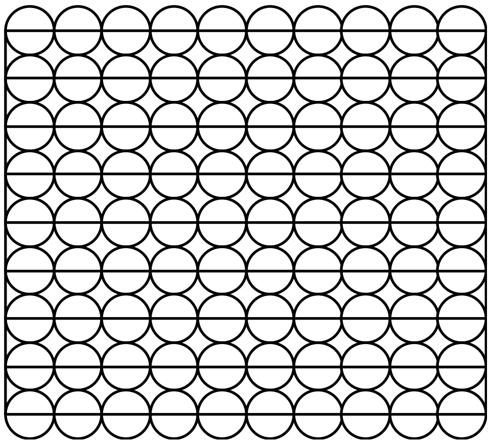
Ceci n'est pas un texte d'élèves, mais seulement un **flash** par une personne extérieure au groupe, sur l'activité de recherche de quelques lycéens de Jean Jaurès à Argenteuil.

Ils ont essayé d'obtenir le nombre maximum de sphères parfaites que l'on peut ranger dans une boîte parallélépipédique. Avant de traiter le problème dans l'espace à 3 dimensions, ils ont travaillé dans le plan. Le problème est donc le rangement de disques identiques de diamètre d, sur une plaque rectangulaire (qui peut être de longueur infinie).

Ils ont considéré 2 types de rangements possibles :

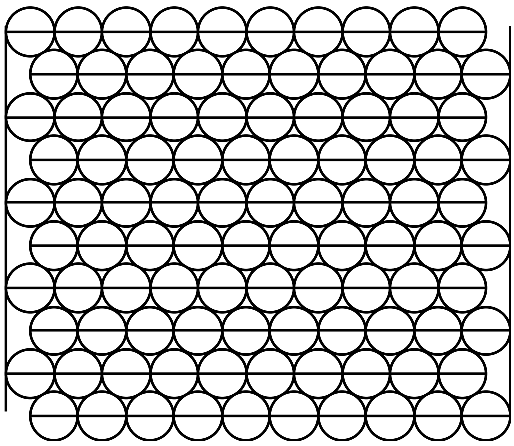
• Rangement dit "simple" : figure 1 → les centres sont disposés sur les sommets de carrés ;

figure 1



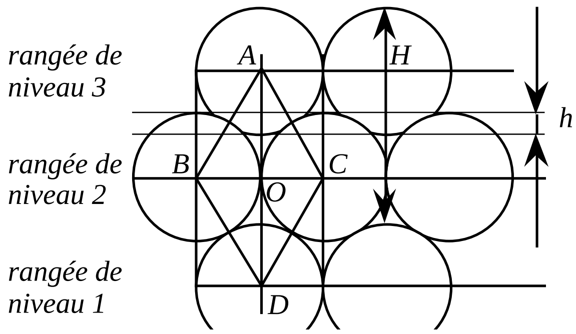
• Rangement dit "complexe": figure 2 → les centres sont disposés sur les sommets de losanges.

figure 2



Dans le cas où les disques sont décalés (figures 2 et 3), on désigne par *h* la hauteur du décalage, gagnée par le chevauchement et *H* la distance qui sépare les droites sur lesquelles sont disposées les centres des disques de 2 rangées de même ordre (pair ou impair).

figure 3



ABC est un triangle équilatéral de côté $2d$

$$H = d\sqrt{3},\ \ h = (2d - H)/2 = (d - d\sqrt{3})/2$$

On peut donc gagner une rangée de type dit complexe à partir d'un nombre *n* de rangées de type dit simple :

n est la partie entière du quotient :

$$\frac{\text{hauteur d'une rangée de type simple}}{h}$$

$$n = E\left(\frac{d}{d - \frac{d\sqrt{3}}{2}}\right) = E\left(\frac{2}{2 - \sqrt{3}}\right) = 7$$

On peut donc dire qu'on gagne une rangée de type complexe toutes les 8 rangées de type simple.

Pour mémoire, sur le même sujet on trouve dans les Actes 92 (Palais de la Découverte, Avril 92) :

1) le texte des collégiens de Noisy-le-Grand qui se sont intéressés à la “densité” de cercles ou de sphères dans une surface ou dans un “volume” de l'espace, pp 89 à 92 ;

2) quelques remarques de Charles Payan sur “empilements et cercles” : propriétés d'alignement et de symétries des couches de cercles empilés, p. 78.