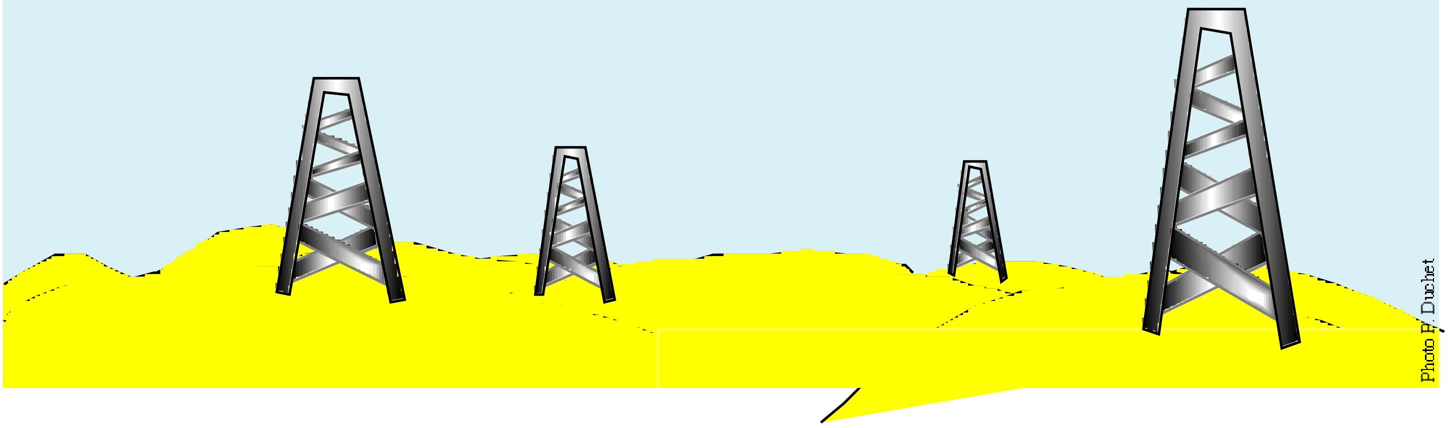
2 A Points à relier

Des puits de pétrole dans le désert….
Le mètre de pipeline coûte cher…

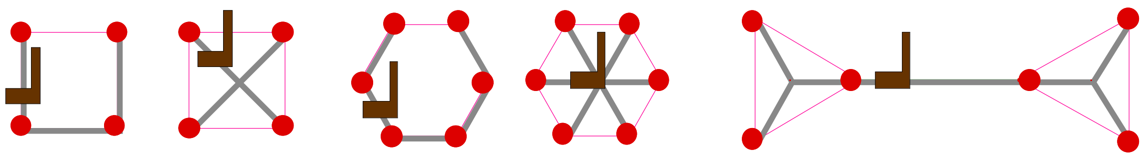
Où placer les oléoducs et la station de raffinage au moindre prix ?



Comment relier des points par un réseau de lignes le plus court possible ?

Le problème général, dans le plan ou dans l'espace, fut proposé par le géomètre Steiner dès le début du XX^{ème} siècle et porte son nom.

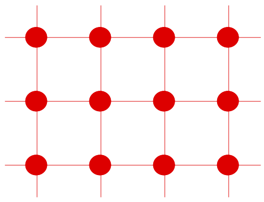
Faisons quelques essais. On remarque que la position précise de la raffinerie n'a pas d'influence sur la longueur du réseau cherché : il suffit de la placer sur le réseau.



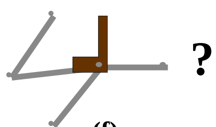
(a) **(b)** **(c)** **(d)** **(e)**

Pour 4 points en carré, le réseau (b) est plus court qu'en (a). Par contre pour les 6 sommets d'un hexagone régulier, (c) s'avère meilleur que (d). Pour (e), on a placé deux bifurcations au centre des triangles équilatéraux. A vous de voir si on peut faire mieux.

Même pour des points disposés en quadrillage (exercez-vous sur **(f)**), personne ne connaît actuellement les meilleurs réseaux possibles. Grâce à la puissance des ordinateurs actuels, quelques progrès sont faits chaque année ; *ce sont des remarques très simples* qui ont été à l'origine des améliorations, mais faute d'une idée générale, on collectionne les records sans trouver de solution optimale.



- ☞ Une solution pour 3 points ou 4 points nous aide-t-elle pour plusieurs points ?
- ☞ Peut-on trouver les solutions optimales pour 3 ou 4 points, dans le plan, dans l'espace ?
- ☞ On a un problème voisin, appelé problème de *l'arbre minimum*, si l'on impose aux bifurcations du réseau d'être situés en des points de base. Cette variantedu problème est-elle plus facile ?



(f)

Ce type de problème est courant en Recherche Opérationnelle (étude des réseaux de communications et de transports, planification et optimisation de production). La question "de l'arbre minimum" relève de ce qui est appelé la théorie des graphes (un graphe est un système de chemins entre différents points) ; elle apparaît par exemple si on souhaite réaliser à moindre coût des itinéraires de livraison ou de communication entre des sites donnés en utilisant des routes déjà existantes.

L'étude des arbres, graphes sans circuit fermé, s'avère très fructueuse pour de nombreuses autres situations qui peuvent être modélisées par des graphes : recherche de plus courts chemins, calcul de stratégies pour des jeux à information complète (exemple jeu d'échecs, modèles économiques), installation de systèmes de surveillance ou de sécurité, réalisations d'emploi du temps etc.

“MATh.en.JEANS” en 1997