

applications de mathématiques

par M. Mickaël Balabane, Université Paris XIII (Institut Galilée)

[NDLC. Cette conférence ayant été enregistrée, le texte qui suit est le décryptage qu'en a fait Stéphane Labbé. Nous avons rencontré quelques difficultés pour incorporer les illustrations et formules nécessaires, ce qui fait que le texte est moins « parlant » tout en étant trop « parlé ».

Nos excuses au lecteur, à l'auteur et à Stéphane Labbé, mais l'ensemble a tout de même un certain charme.]

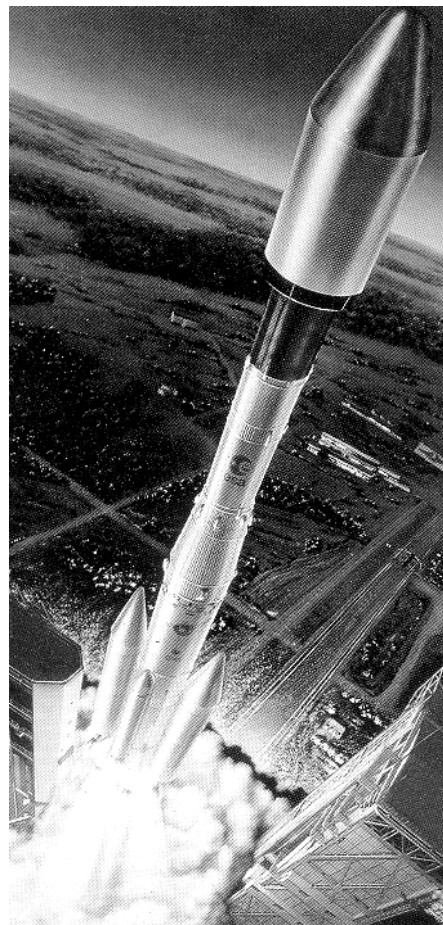
M. Balabane, comme si vous y étiez : J'aime pas les micros, rapprochez-vous les gars. Voilà. En plus [...] tout le monde écoute. Alors, [je ne vais pas vous raconter des mathématiques ?] pour une raison très simple, c'est que vos profs y arrivent très bien. Par contre, j'ai envie de vous raconter ... ce que vous vous connaissez ... en 97 ... et que moi, quand j'avais votre âge, je ne connaissais pas.

Quand moi j'avais votre âge, pour être ingénieur, il fallait être un très bon physicien. Les mathématiques, ça donnait des outils, ça apprenait à faire des règles de trois, ça apprenait à dériver les fonctions, ça apprenait pas encore à intégrer les fonctions, on savait pas faire les primitives, on attendait la deuxième année à l'université pour savoir ce que c'est qu'une primitive, mais en gros, on disait : les mathématiques fabriquent des outils et les physiciens, et les physiciens, ... ça y est, vous avez choisi entre la gauche et la droite ? Alors, vous vous mettez à gauche, ... et les physiciens faisaient des calculs, et les mathématiciens donnaient les outils de ces calculs. C'est-à-dire qu'ils disaient comment il fallait faire pour trouver un résultat.

M. Balabane : J'ai envie de vous dire ce que vous connaissez et que je ne connaissais pas quand j'avais votre âge. Quand moi j'avais votre âge, pour être ingénieur il fallait être très bon en physique. Les maths donnaient des outils, elles apprenaient à faire des règles de trois, à dériver une fonction, mais elles n'apprenaient pas à intégrer une fonction.

On disait : les maths sont un outil, la physique se sert de cet outil pour faire des calculs. Depuis, les ingénieurs se sont rendu compte qu'ils ne pouvaient pas faire grand chose de la physique. Pourquoi ? Car ils étaient toujours confrontés au même problème : l'impossibilité de faire des expériences. Voici quelques exemples.

Quand il a fallu calculer Ariane (pour poser des satellites de télévision par exemple) comment faire des expériences ? Là où monte Ariane la température est extrêmement basse,



le rayonnement du soleil est intense parce que les nuages ne le bloquent pas, et comme ils ne le bloquent pas, au lieu d'avoir autour d'Ariane de l'hydrogène et de l'oxygène sous forme de molécules, tout ce

ce sont des ions H^+ et O^- et sur terre on n'est pas capables de reproduire des conditions expérimentales telles qu'une maquette soit

entourée d'ions, on ne peut donc pas prévoir comment réagira la fusée quand elle sera là-haut dans l'espace. Je vais vous donner deux autres exemples pour lesquels on ne peut pas faire d'expériences. On peut se dire la fusée c'est très loin, je vais donc vous raconter un problème que beaucoup de gens connaissent.

Voici le désert, vous espérez trouver du pétrole, imaginez que peut-être il y ait du pétrole ici. Comment faire pour savoir si il y a du pétrole ?

Le Public : Creuser !!!

M. Balabane : Ben voilà !!! Bravo !!! Alors on creuse là on trouve rien, on creuse là, on trouve rien etc. On creuse là, on trouve du pétrole ! Très bien. Chaque trou coûte un milliard de dollars, pour 4 milliard de dollars vous avez compris qu'il y avait du pétrole. Mais, il y en a un peu ou beaucoup ? On ne sait pas ! Il n'y en a peut-être qu'un seul baril, ce qui ferait quatre milliards de dollars pour un seul baril ... La méthode est donc mauvaise. Comment faire ?

Le Public : Un scanner !

M. Balabane : Voilà ! Il y est presque, il a dit un scanner. Voilà comment on fait :

On prend un camion, on y attache un gros marteau qui tape par terre. Il avance et derrière lui, il traîne une ligne de micros. En gros, il tape un coup le temps qu'un micro arrive à l'endroit du micro qui le précédait et ainsi de suite ... Qu'est-il en train de faire ? Dans le sous-sol il y a divers matériaux, il y a du sable, de l'argile, du calcaire plus beaucoup d'autre choses que l'on ne connaît pas ; et en tapant, le camion est en train de générer une onde dans le sol. Par conséquent, l'onde va se propager et trouver cette faille par exemple [Figure 1.] et exactement comme la lumière sur un miroir, elle va se réfléchir. Comme elle se réfléchit, elle va monter par là, par là [Figures 1., 2.] et elle va rencontrer les micros, ok ?

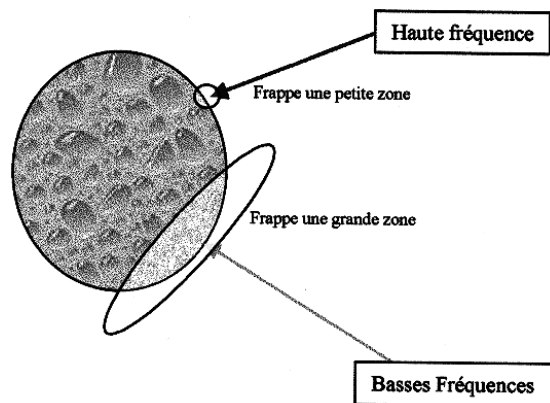


Figure 2.— Ondes courtes, ondes longues.

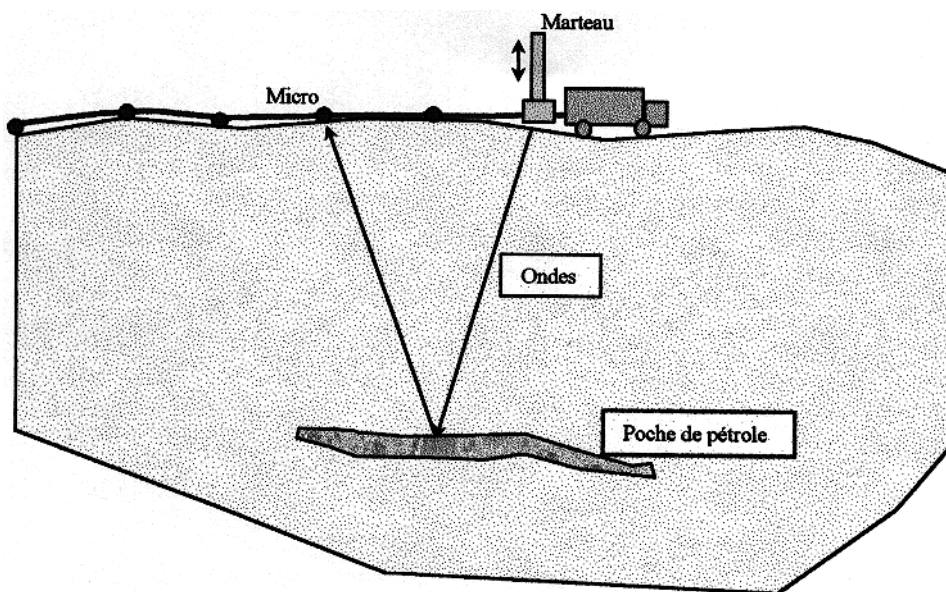


Figure 1.— Le désert et l'extraction du pétrole.

Maintenant, quelles maths utiliser pour faire la différence entre une faille n'ayant pour moi aucun intérêt et une poche de pétrole, qui elle sera intéressante.

Mieux : admettons que l'on ait trouvé un moyen de savoir quel écho revient d'une faille et quel écho revient d'une poche, que dois-je mesurer pour savoir si cette poche est petite ou grande ?

Tout d'abord, que dit le temps de retour ? La profondeur à laquelle se trouve la poche ou la faille. Ensuite, il y a la vitesse à laquelle on tape. On peut taper de deux façons : très vite en avançant très vite (vu que les micros doivent se déplacer d'une longueur entre deux micros entre chaque coup), c'est ce que l'on nomme les hautes fréquences. Ou bien on tape lentement en avançant très lentement, ce sont les basses fréquences.

Alors la question est : quelle est la différence entre ces deux façons de taper ?

En vérité, vous connaissez déjà la réponse. En effet, quand vous allumez votre poste de radio, vous pouvez choisir entre les longues ondes et les ondes courtes. Si vous allumez votre poste sur longues ondes vous attrapez des tas de stations (Alger, Rome et même l'Afrique du Sud). Autrement dit, les longues ondes ça va partout. Mais, ce n'est pas extrêmement précis. Alors que les fréquences modulées ou ondes courtes (les hautes fréquences), ne portent pas très loin mais sont très précises [Figure 2.].

Par exemple, si vous lancez une onde courte sur un miroir courbe, elle peut vous revenir et vous donner la valeur de la courbure du miroir en son point d'impact. Tandis qu'une onde longue (basse fréquence) sera « trop molle » pour vous donner le rayon de courbure en son point d'impact mais elle vous avertira de la présence d'un obstacle.

Attention, ce n'est si facile à comprendre. Si vous envoyez une haute fréquence c'est une petite longueur d'onde, donc quand elle tape

l'obstacle elle ne voit que la petite longueur sur laquelle elle oscille, c'est-à-dire un tout petit morceau de l'obstacle. Et, quand elle vous revient, elle pourra vous « parler » du rayon de courbure de l'obstacle en son point d'impact. Alors que si vous prenez une basse fréquence, c'est-à-dire une grande longueur d'onde, quand elle frappe l'objet, la longueur sur laquelle elle oscille est si grande qu'elle voit tout l'obstacle d'un coup. Elle ne sera donc capable que de vous renvoyer une moyenne de ce qu'elle a vu mais incapable de vous dire si l'obstacle est plat, pointu, etc.

Autrement dit, que doit-on faire pour résoudre notre problème pétrolier ?

Deux choses en fait : tout d'abord envoyer des basses fréquences, quand elle passeront au niveau de la faille, elle nous préviendront de sa présence. C'est toute l'information qu'elles nous transmettront. Mais, quand vous savez qu'il y a un obstacle, vous vous arrêtez.

Alors, on passe à la seconde phase : envoyer des hautes fréquences. Elles donneront alors les informations de volume qui nous intéressent.

Ça, ce sont des maths. Des maths pas très vieilles datant de 1912 et inventées par un monsieur du nom de Hermann Weyl [voir encart]. Que disent ces maths ? Elles disent :

« si vous comptez les fréquences λ_n qui vous reviennent quand vous bombardez l'obstacle Ω , alors ce nombre est proportionnel au volume de l'obstacle Ω que vous faites vibrer ». Et c'est d'autant plus vrai que les fréquences sont grandes. C'est une formule mathématique, et que dit cette formule ?

« Je sais qu'il y a quelque chose ici, je fixe donc un camion et j'envoie plein de hautes fréquences ; je compte alors le nombre de ces fréquences qui me reviennent. Ce nombre est proportionnel au volume de ce que je suis en train de faire vibrer, c'est-à-dire la poche que j'ai repérée. »

L'histoire de cette formule est très rigolote : c'était en 1908 pendant une conférence en Allemagne, un mathématicien nommé Minkowsky [voir encart] a dit :

« Je pense qu'il y a une formule liant le nombre de fréquences au volume, je suis persuadé qu'elle est horriblement compliquée et que je ne la verrai jamais de mon vivant ».

Parmi les gens qui l'écoutaient se trouvait un jeune mathématicien du nom de Hermann Weyl qui travailla alors sur le problème et revint quelques temps plus tard avec la formule. Depuis 1912 cette formule est appliquée pour connaître les volumes de cavités.

Pour connaître ce qui nous entoure, on étudie les ondes que nous recevons.

Par exemple, on n'est jamais allé sur le soleil mais on étudie la lumière qu'il nous envoie. La lumière, c'est des ondes. Les ondes que je reçois du soleil me disent sa température, sa composition chimique, son volume.

Pour étudier les autres étoiles, on procède de la même façon. Mais, pour interpréter les données que nous apportent les ondes, on utilise des formules mathématiques très complexes qui ne sont exploitables qu'avec l'aide de très gros ordinateurs.

Je vais donc vous montrer des résultats de calculs sur de très gros ordinateurs, pour que vous voyiez de belles couleurs [NDLC. Là, on dérape ... il n'y aura ni belles images ni belles couleurs.] mais aussi pour que vous sentiez ce que représentent les maths dans l'industrie. Vous verrez des calculs de moteurs venant de chez Renault, des calculs d'ondes pour des avions que vous avez peut-être déjà pris et enfin des calculs pour un moteur de fusée.

- Calcul du bruit dans un habitacle de voiture : on désire déterminer comment se répartit le bruit des gaz d'échappement dans l'habitacle de la voiture. Pour faire ce calcul il faut 100 milliards d'opérations. Quand l'ingénieur change une forme, il doit refaire tout le calcul, il faut donc avoir des ordinateurs très puissants. Pour faire ce calcul, il faut 48h. Les techniques nécessaires pour la réalisation de ce type de travaux sont très pointues, d'où l'apparition d'un nouveau type d'ingénieurs : les ingénieurs mathématiciens.

- Le même calcul sur une autre voiture. Ici la répartition est bonne (bruit le plus important au pied des voyageurs).

Le public : Oui !!!

M. Balabane : Mais non voyons ! Elle est très bien cette voiture ! C'est bruyant sur vos pieds, vous vous en moquez, vos pieds n'ont pas d'oreilles ...

- Voici maintenant un plancher de voiture. C'est plein de trous pour faire passer des câbles électriques, les câbles de freins etc. Mais, plus il y a de trous, moins la voiture est solide. Voici par exemple le calcul d'un très bon plancher de voiture vu qu'il ne bouge pratiquement pas.

- Voici un très mauvais cylindre de voiture [voir encart]. On y envoie de l'air, des vapeurs d'essence, une étincelle et ça explose. Alors, en explosant, ça repousse et alors le moteur tourne. Que faut-il pour que ce système fonctionne bien ? Que l'air et l'essence se mélangent au mieux, sinon, il y a risque de non explosion ce qui signifie l'arrêt du moteur. Ce que l'on voit sur le dessin [NDLC. Rappel. Ce que l'on verrait.], ce sont les lignes isomach⁽¹⁾ [voir encart], elles sont très uniformément réparties, ce qui signifie que la vitesse est homogène. C'est très mauvais pour notre application. En effet, pour mélanger il faut des vitesses tournoyantes (il faut secouer).

Combien de temps pour faire ce calcul ? Il faut calculer la vitesse du mélange en chaque point du cylindre, savoir quelle est la proportion d'essence en chaque point du cylindre, la température. De plus, pour ce genre de calculs il faut prendre de l'ordre de 100 000 points, ce qui signifie résoudre 100 000 équations en même temps, donc beaucoup de calculs. Voilà ce que fait un ingénieur dans l'industrie automobile.

• Voici un moteur de fusée. Vous n’y comprenez rien au premier coup d’œil mais ce n’est pas grave, je vais vous expliquer. Un moteur de fusée, c’est comme un pétard. Il y a une tuyère, dedans c’est tapissé d’une matière apparentée à de la poudre de pétard, le propegol, et quand ça s’enflamme, ça éjecte des gaz. Alors, par le principe de l’action et de la réaction, la fusée avance.

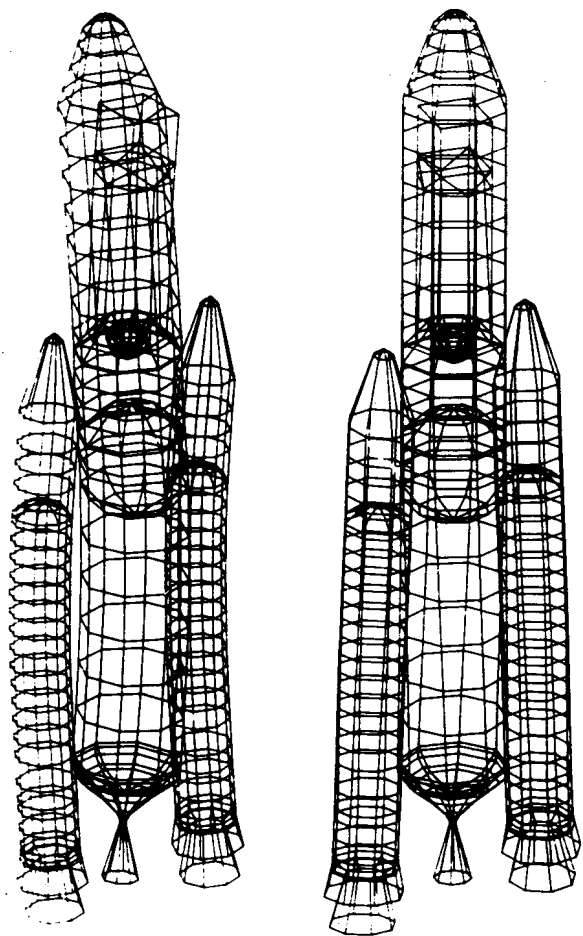
Mais, en avançant elle fait beaucoup de bruit. Le bruit ce sont des ondes sonores qui vont et qui viennent, qui peuvent donc créer des instabilités en réagissant avec la structure de la fusée ce qui fait alors vibrer le moteur. Dans ce cas, le moteur avance en vibrant et dévie donc de sa trajectoire, ce qui est catastrophique.

(1) Lignes le long desquelles la norme de la vitesse est constante.

Les ingénieurs avaient donc absolument besoin de comprendre ce phénomène afin de le corriger, d’où la nécessité de simulations numériques. Alors, ils ont compris qu’un tourbillon d’air venait frapper les protections thermiques les protections thermiques et déstabilisait ainsi la fusée.

Voilà, c’était un aperçu de ce que peuvent représenter les mathématiques dans l’industrie.

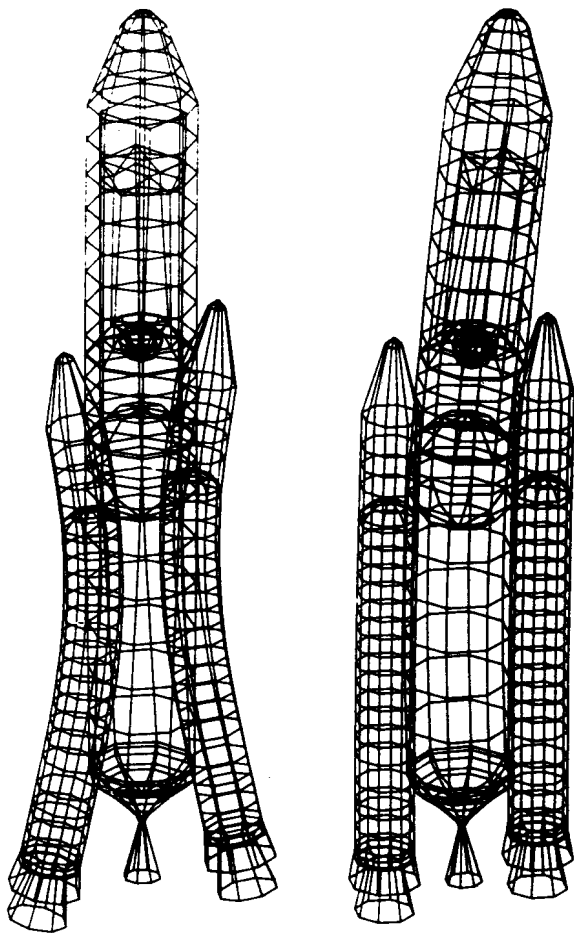
Illustrations.—



Encarts (extraits de l'Encyclopédie Encarta 1997 (1)) :

Weyl, Hermann (1885-1955), mathématicien allemand, qui joua un rôle important dans l'élaboration de la théorie quantique et de la théorie de la relativité. Hermann Weyl fut l'élève du mathématicien David Hilbert à l'université de Göttingen et reçut son diplôme en 1908. Il fut nommé professeur à la Technische Hochschule de Zurich (École polytechnique fédérale), dont Albert Einstein était également membre. Weyl succéda à son maître à l'université de Göttingen en 1930, puis quitta l'Allemagne nazie, en 1933, et occupa un poste à l'institut de Princeton (New Jersey). Les travaux mathématiques de Weyl furent extrêmement variés et eurent des applications dans de multiples domaines. Son unification de la théorie de la géométrie et des fonctions est à l'origine des concepts modernes dans des domaines comme la topologie, et sa théorie du champ considère les champs électromagnétiques et gravitationnels comme des propriétés géométriques de l'espace-temps. Weyl a également contribué à la théorie des groupes de Lie et à la théorie additive des nombres.

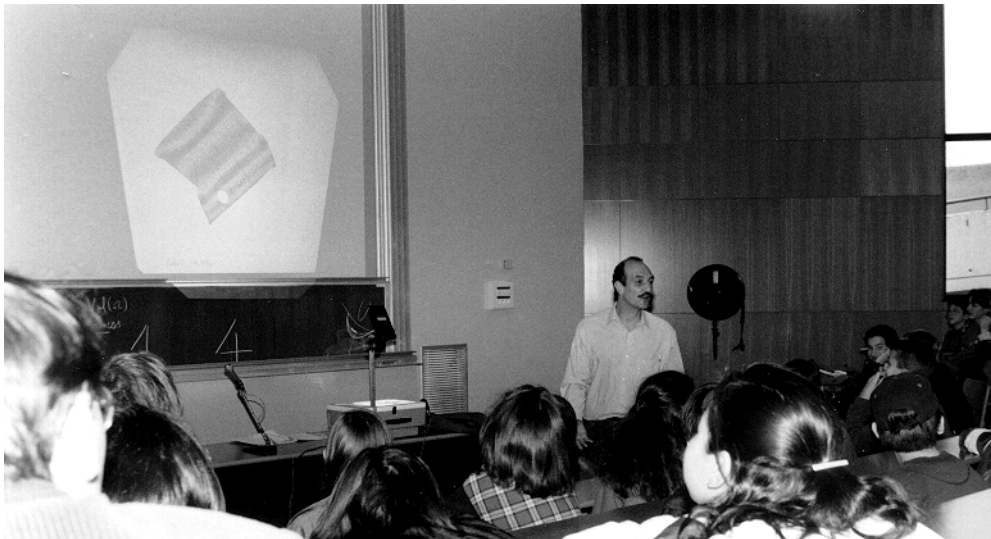
Les vibrations dans le cas d'Ariane 5.



Minkowski, Hermann (1864-1909), mathématicien russe, à l'origine du concept de l'espace-temps à quatre dimensions. Il fréquenta, puis enseigna dans les universités d'Allemagne. Aux trois dimensions de l'espace, Minkowski ajouta le concept d'une quatrième dimension, le temps. Il développa ce concept à partir de la théorie de la relativité d'Albert Einstein (1905) et elle servit, à son tour, de cadre à la théorie d'Einstein sur la relativité générale, en 1916.

Constitution des moteurs

Dans l'ensemble, les constituants des moteurs à allumage commandé sont semblables à ceux des moteurs Diesel. La chambre de combustion est constituée d'un cylindre, en général immobile, fermé à l'une de ses extrémités et dans lequel un piston coulisse. Le mouvement de va-et-vient du piston modifie le volume de la chambre située entre la face interne du piston et l'extrémité fermée du cylindre. La face externe du piston est couplée à un vilebrequin par une bielle. Le vilebrequin transforme le mouvement alternatif du piston en un mouvement rotatif. Dans les moteurs multicylindres, le vilebrequin possède une partie coudée, le maneton, associée à chaque bielle. Ainsi, la force de chaque cylindre s'applique sur le vilebrequin au moment approprié de sa rotation. Les vilebrequins sont munis de lourds volants et de contrepoids qui minimisent l'irrégularité du mouvement de l'arbre. Un moteur peut contenir jusqu'à 28 cylindres.



Mach, Ernst (1838-1916), physicien et philosophe autrichien, qui étudia l'importance de la vitesse du son en aérodynamique. Né à Chirlitz-Turas (aujourd'hui en République tchèque), il fit ses études à l'université de Vienne. Il fut professeur successivement aux universités de Graz, de Prague et de Vienne de 1864 à 1901, puis se retira de la vie universitaire. Mach pensait que la science devrait se restreindre à la description de phénomènes pouvant être perçus par les sens. Ses écrits participèrent pour beaucoup à la libération de la science des concepts métaphysiques et aidèrent à établir une méthodologie scientifique qui pava la route pour la théorie de la relativité. Il étudia les phénomènes psychologiques de sensation et de perception. Son important travail en balistique contribua largement au développement de la théorie du vol. Il donna son nom au nombre de Mach, qui représente le rapport entre la vitesse d'un objet et la vitesse du son dans l'atmosphère.

(1) *Encyclopédie® Microsoft® Encarta 97.*
© 1993-1996 Microsoft Corporation. Tous droits réservés.