

EVITONS LES CARRÉS CONSTANTS

Année 2018 – 2019

Beritan BAYRAM, Antoine AGNERAY, Lucie DOUCHE élèves de classe de 3ème

Encadrés par Sébastien DUMINIL, Jessica MORMENTYN

Établissements : Collège Jean Jaurès (Calais)

Chercheur : Shalom ELIAHOU, LMPA, Université du Littoral Côte d'Opale

1. Présentation du sujet

On considère des tableaux rectangulaires binaires. On voudrait en construire satisfaisant la contrainte suivante: ne contenir aucun sous tableau 2×2 constant de forme carrée.

0	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	0

Quel est le nombre maximal de lignes et de colonnes d'un tel tableau ?

2. Annnonce des conjectures et résultats obtenus

Pendant nos périodes de recherches, nous avons développé

- des méthodes pour ne pas former de carrés constants,
- des méthodes pour détecter des carrés constants.

Nous avons cherché à obtenir des tableaux où le nombre de lignes peut être prolongé jusqu'à l'infini. Le nombre maximum de colonnes que nous avons obtenu est 6.

3. Texte de l'article

- Définitions:

Un tableau binaire est un tableau que l'on ne remplit que de 0 et de 1.

Un carré constant est une suite de quatre symboles identiques dans les "coins".

Un motif est une succession de lignes binaires que l'on peut répéter sans qu'il y ait de carré constant.

0	1	0	0	1
1	0	1	1	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1

Exemple de tableau binaire ne contenant aucun carré constant.

1	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1

Exemple de tableau binaire contenant des carrés constants.

- **Comment vérifier si un tableau binaire contient des carrés constants ?**

Pour vérifier un tableau binaire il faut :

- Choisir un des symboles du tableau.
- Suivre la ligne de ce symbole de gauche à droite jusqu'à trouver le même symbole ailleurs.
- Faire de même en suivant la colonne du deuxième symbole de haut en bas en conservant

l'écart présent entre les deux premiers symboles.

- Reproduire l'opération en suivant la ligne du troisième symbole de droite à gauche et enfin la colonne du dernier de bas en haut.

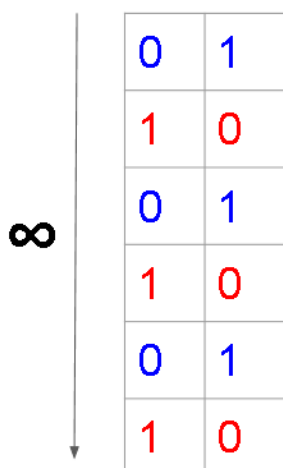
- méthode pour ne pas obtenir de carrés constants:

Pour ne pas obtenir de carrés constants, nous nous sommes fixés de toujours mettre un 1 sous un 0 ou inversement dans les deux premières lignes des tableaux.

- **Différents tableaux binaires obtenus:**

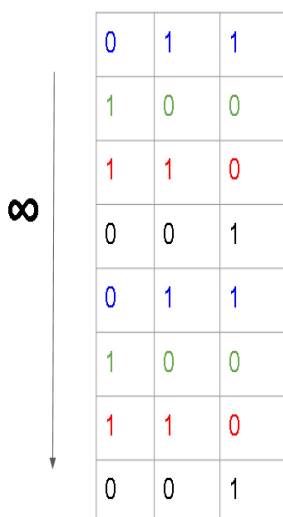
- Le tableau binaire à deux colonnes:

Ce tableau binaire à deux colonnes peut se prolonger jusqu'à l'infini. Il suffit de prendre les deux premières lignes "LE MOTIF" et les mettre en dessous. Nous pouvons répéter le motif autant de fois qu'on le souhaite soit jusqu'à l'infini.



0	1
1	0
0	1
1	0
0	1
1	0

- Le tableau binaire à trois colonnes:



0	1	1
1	0	0
1	1	0
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0
0	0	1

Le tableau à trois colonnes contient à chaque fois deux 0 ou deux 1 par ligne donc on change leur place au fil du temps. Ce qui donne le tableau à trois colonnes. On peut donc le prolonger à l'infini.

- Le tableau binaire à quatre colonnes:

0	1	0	0
1	0	1	1
0	0	1	0
1	1	0	1
0	1	0	0
1	0	1	1
0	0	1	0
1	1	0	1

Ce tableau contient quatre colonnes et peut se prolonger jusqu'à l'infini. Les 4 premières colonnes forment le motif que l'on peut répéter jusqu'à l'infini.

- Le tableau binaire à cinq colonnes:

1	1	0	1	0
0	0	1	0	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	1	0	1	0
0	0	1	0	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	1

Ce tableau contient un motif de 5 colonnes par 4 lignes que l'on peut répéter jusqu'à l'infini. Pour former ce motif on choisit une ligne puis on met son inverse en dessous.

- Le tableau de six colonnes:

Ce tableau est comme le tableau de 2, 3, 4, 5 colonnes à chaque fois que nous avons trouvé un motif on le répète jusqu'à l'infini.

8

0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1

Comme pour le tableau binaire à 2, 3, 4 et 5 colonnes. Il suffit de prendre la 1er ligne puis de mettre un 0 sous un 1 et inversement dans la 2ème ligne. Ensuite on répète la 1er ligne mais on la commence par la fin dans la 3ème ligne et on répète la 2ème ligne en commençant par la fin pour la 4ème ligne.

4. Conclusion:

Le but de notre projet était de trouver le plus grand tableau binaire possible. On a trouvé des tableaux binaires jusqu'à 6 colonnes et un nombre de lignes infini.

Ce fut une bonne année de recherches pour nous tous ainsi que pour nos professeurs Mr Duminil, Mme Mormenty, notre chercheur Mr Shalom Eliahou, qui à l'ULCO, nous a aidé avec gentillesse dans notre démarche et notre problème.

NOTES

* page 2, "Exemple de tableau binaire contenant des carrés constants" :

Comme on peut le voir sur ce schéma, un carré constant de taille n par n dans un tableau binaire est un ensemble de quatre cases de la forme :

ligne x colonne y , ligne $x+n$ colonne y , ligne x colonne $y+n$, et ligne $x+n$ colonne $y+n$, comptant toutes les valeurs 0 ou toutes les valeurs 1.