Comment couvrir le plus grand disque possible avec un minimum de disques?

par Mathias Rabiot, Jean-Phillipe Martinez, Nicolas Manon, Nicolas Weisbuch, Loïc Prévot, Zaag Adel, François Pesey, Rossat Michel, Emmanuel Petit, Fabien Perdrix, élèves de seconde (Module-recherche) du lycée Pablo Neruda de Saint Martin d'Hères (38)

enseignant : M. Bernard Vartanian

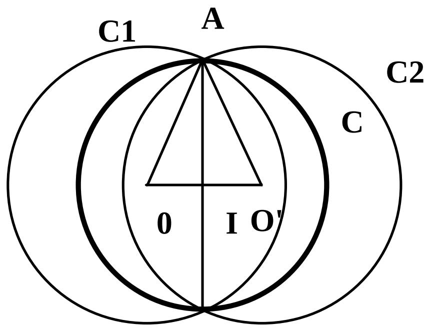
chercheur : M. Pierre Duchet

Tout au long du module de recherche, nous avons essayé de trouver la meilleure disposition pour obtenir le plus grand rayon avec un nombre de disques défini (5 disques).

Sur trois sujets présentés et expliqués à notre classe de seconde (les disques, les réseaux, les brenoms) notre groupe a choisi celui sur les disques car il nous paraissait à la fois difficile et mystérieux. Et c'est à cela que nous avons essayé de réfléchir tout au long de nos séances. Ainsi on a essayé de trouver la meilleure disposition pour obtenir le plus grand cercle possible avec un nombre de disques défini.

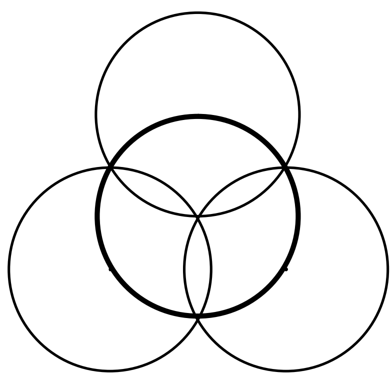
résultats avec différents nombres de disques

deux disques
… recouvrent au maximum eux-mêmes.



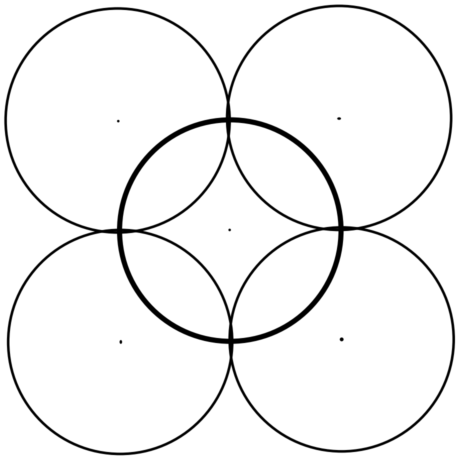
[NDLR : le dessin ci-dessus contredit le texte précédent … les disques limités par *C*1 et *C*2 recouvrent, par exemple, *C*1 ; s'ils recouvrent bien, aussi, *C*, celui-ci est de rayon strictement inférieur à celui de *C*1 : *C* n'est sûrement pas le plus grand disque recouvert par *C*1 et *C*2.
D'ailleurs, peu importe le nombre de disques que l'on utilise (au moins 1 tout de même), ces disques recouvrent chacun d'eux, et le plus grand disque couvert par eux est de rayon au moins égal au leur.]

trois disques
… recouvrent un disque égal ou avec une autre disposition : le cercle circonscrit au triangle dont les trois sommets sont les intersections des trois cercles.

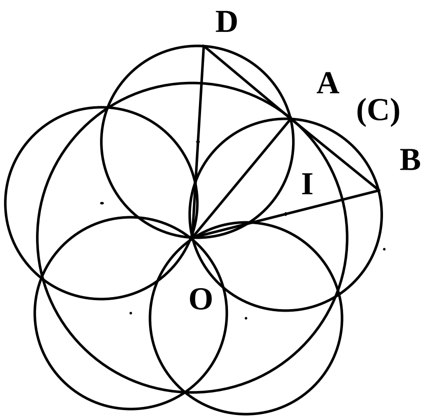


quatre disques
… recouvrent environ un disque de rayon 1,41 unités d'après la formule :

$$r = 2\cos(45°) = \sqrt{2}.$$



cinq disques
… recouvrent environ 1,62 unités d'après la formule 2 cos(36°)



***n* disques** de même rayon
… ne recouvrent pas nécessairement plus qu'un disque.

On peut calculer le rayon d'un disque étant recouvert selon la disposition en polygone régulier:

$R = 2 \times \cos(360°/(2n))$, n étant le nombre de disques utilisés.

Pour un grand nombre de disques, 25 par exemple, on a intérêt à les regrouper par 5 dans la disposition du pentagone régulier et recommencer avec les grands disques.

Pour **trois disques** il existe une position ou l'on trouve un disque plus grand que ceux d'origine, lorsque les diamètres de ces trois cercles sont aussi les côtés du triangle équilatéral.