

## Le jeu de Hex

Année 2018 – 2019

**Elèves de troisième :** POMMES Amélie, LARCHER Sydney, LAPEYRE Marylou

**Elèves de seconde :** BAREL Jade, FORSANS Elisa, PUYET Alexia

Encadrés par : Arriau Cathy, Barneix Chantal, Billard Marie, Goyhetche Alain

Établissements : Collège Gaston Fébus, Orthez / Lycée Gaston Fébus, Orthez

Chercheur : M Cresson Jacky, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

### 1. Présentation du sujet

Monsieur Cresson nous a proposé d'étudier le *Jeu de Hex*, créé à partir d'un jeu entre des scientifiques. Il se joue sur un plateau constitué d'hexagones réguliers avec des pions de différentes couleurs. Pour pouvoir gagner, il suffit de faire une ligne brisée continue d'un côté du plateau au côté opposé.

### 2. Annnonce des conjectures et résultats obtenus

Nos professeurs qui s'étaient informés nous ont donné des pistes sur différentes techniques permettant de mieux jouer. Les noms de ses techniques, déjà existantes, ont été modifiés. Voici les recherches et les techniques sur lesquelles nous avons travaillé. Dans un premier temps, nous avons découvert comment aller plus vite pour gagner le premier, puis comment gagner dans des plateaux de type  $3 \times 3$  et  $4 \times 4$ , ensuite nous avons cherché la surface minimale nécessaire pour gagner et enfin comment jouer en contrant son adversaire ou faire face aux différentes situations que l'on retrouve en jouant.

### 3. Texte de l'article :

La partie nulle n'existe pas :

**Démonstration :**

Pour commencer, nous avons essayé de découvrir s'il était possible d'avoir une partie nulle. Pour ce faire nous avons commencé par placer des pions parfaitement au hasard chacun notre tour, mais en ne cherchant pas à gagner. Pour cela nous sommes parties du principe qu'il n'existe que trois issues possibles : gagner, perdre et égalité.

**Raisonnement :**

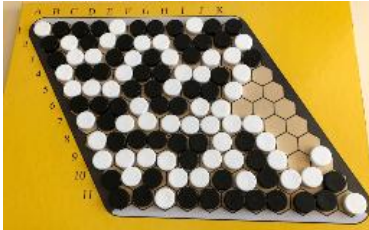
- Si les Noirs gagnent :
  - Alors la partie nulle n'existe pas ;
- Sinon :
  - Deux possibilités :
    - La partie nulle ;
    - Les Blancs gagnent.

Dans un premier temps nous avons placé des pions complètement au hasard en alternant pions blancs et pions noirs jusqu'à avoir entièrement rempli le plateau. 1

**Première possibilité** en observant le plateau, les noirs ont gagné.



**Deuxième possibilité** les noirs n'ont pas gagné. Nous enlevons alors tous les pions blancs, et les noirs qui ne sont pas reliés aux bords. (2)



Nous allons essayer de partiellement reconstruire la partie. Nous remplaçons les pions blancs que nous pouvons : c'est-à-dire tout autour des pions noirs, car sinon il y aurait une liaison, donc un pion noir, or ce n'est pas le cas donc nous pouvons affirmer qu'un blanc se trouvait là.

**Conséquence**

Nous remarquons que nous avons recréé le chemin gagnant des blancs. Donc la partie nulle n'existe pas. Étant donné que les possibilités sont « gagner » ou « perdre ». Il sera plus facile de contrer l'adversaire pour l'empêcher de gagner.

**Conclusion :** **Contrer c'est gagner !** (3)

Comment mieux jouer ? Recherche d'une stratégie gagnante pour les petits plateaux

**Comment aller plus vite ?**

La première façon de créer une ligne brisée continue est de poser les pions l'un après l'autre sur des cases voisines. Nous avons cherché un moyen pour construire une ligne sûre plus vite que la stratégie précédente. Nous avons donc élaboré une stratégie : le principe des doubles liaisons.



Dans cette situation, deux chemins permettent de relier les deux pions noirs.





Si les blancs jouent sur une des deux cases entre les deux pions, les noirs pourront jouer sur l'autre case et les relier.

**Quelle configuration nous permet de terminer une partie ?**

A force de jouer, nos professeurs nous ont demandé de déterminer un espace minimal pour être sûr de pouvoir atteindre la ligne et donc pouvoir terminer la partie, en utilisant les doubles liaisons.

Cet espace nous avons réussi à le définir, et il se présente comme ci-dessous, il est délimité par les deux côtés faits de trois pions blancs. Nous l'avons appelé le petit nid d'abeille.

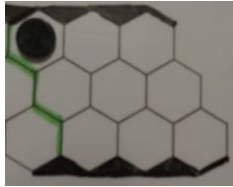
Cet espace nous permet d'atteindre la ligne quelle que soit la position de notre adversaire, nous avons étudié tous les cas possibles mais nous en choisissons seulement deux pour les expliquer. (4)

<p><b>Premier cas</b> : les noirs sont en I7. Si le pion blanc se place en K6, pour bloquer notre double liaison la plus directe nous, pions noirs, nous nous placerons en J5. Cela nous permettra de continuer nos doubles-liaisons avec un chemin plus long.</p>	
<p><b>Second cas</b> : Les noirs sont en I7. Si les blancs se placent en J6, les noirs n'auront plus qu'à se placer en J7 et auront alors deux possibilités pour toucher le bord. Les noirs ont encore gagné.</p>	

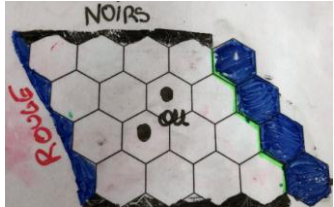
**Stratégie gagnante pour les petits plateaux :**

**Hexiquier 3 × 3 :**

Tout d'abord, nous avons cherché à savoir si c'était le premier joueur qui gagnait. Nous avons joué et rejoué pour répondre à cette question. Alors quel est l'hexagone où nous devons poser le premier pion ?

<p><b>Stratégie perdante</b> : Au début, nous pensions que nous devions poser le premier pion dans un coin. Dans ce cas, il suffit aux blancs de jouer au milieu pour contrer les noirs.</p>	
<p><b>Stratégie gagnante</b> : Au contraire, si les noirs jouent en premier sur la case du milieu, alors ils sont sûrs de gagner puisqu'ils auront deux possibilités pour rejoindre le « bord du haut » et deux autres possibilités pour rejoindre le « bord du bas ».</p>	

**Hexiquier 4 × 4 :**

<p>De la même façon, nous avons cherché s'il existe une stratégie gagnante pour l'hexiquier 4 × 4. Nous avons trouvé que pour gagner, les noirs doivent jouer en premier sur l'une des deux cases marquées. (5)</p>	
---	---

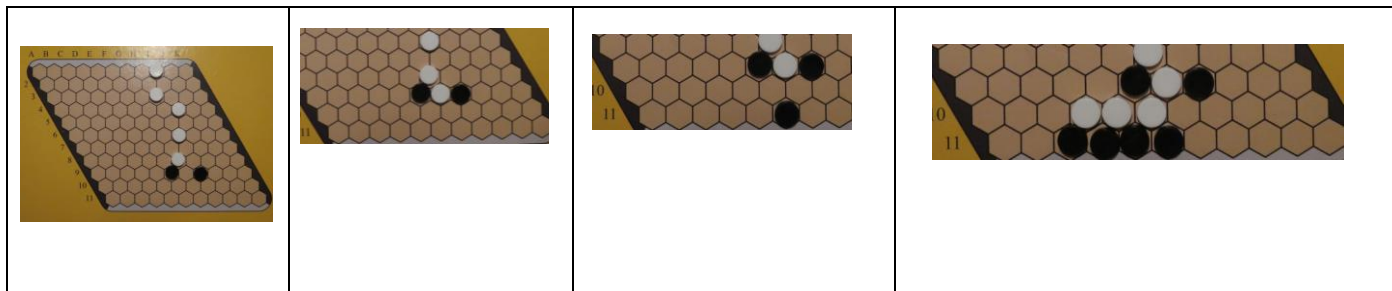
(6)

Différentes situations (problèmes) et leurs solutions :

**Premier problème : L'escalier**

Après quelques parties contre nos professeurs, ils nous ont souvent contré et nous ont demandé d'étudier la manière qu'ils avaient utilisée pour nous bloquer. En voici une.

<p>Dans le cas suivant, les noirs tendent un piège aux blancs.</p>	<p>Si les blancs jouent entre les deux pions noirs, alors ils tombent dans le piège.</p>	<p>Les noirs bloquent alors la double-liaison gagnante pour les blancs.</p>	<p>Les blancs vont essayer de se rapprocher du bord, mais les noirs ont toujours un coup d'avance et on crée alors ce que l'on a appelé un « escalier ».</p>
--	--	---	--



**Comment peut-on contrer un escalier ?**

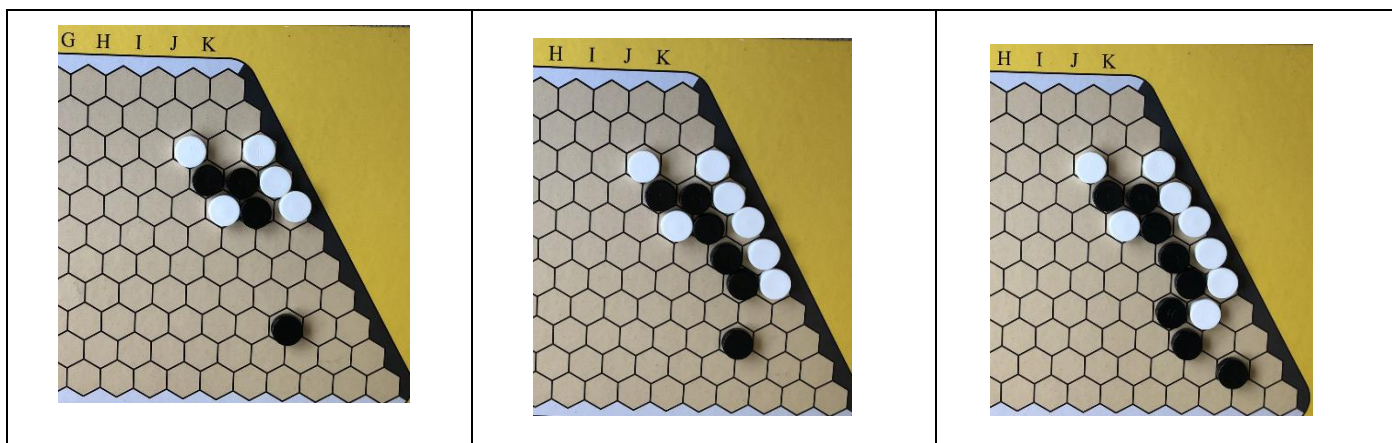
Première solution :

Dans cet exemple, les blancs ont tendu le piège aux noirs qui s'y sont engouffrés. L'escalier commence.

Les noirs attaquent.



La solution, que nous avons appelé le « point de fuite » consiste à placer, auparavant, un point noir qui nous permettra de prendre de vitesse, grâce à des doubles-liaisons, les blancs.



La seconde solution

**Ici, les blancs attaquent et les noirs tendent le piège.**

Nous avons appelé cette solution le « petit nid d'abeille ».

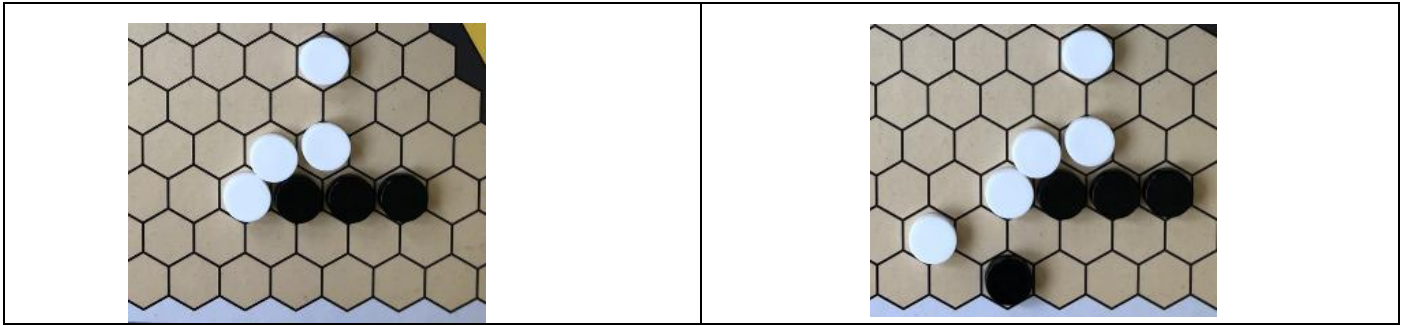
Il suffit de placer le pion blanc sur la case F9 (près du piège)

Ici, on place le point de fuite le plus près possible.

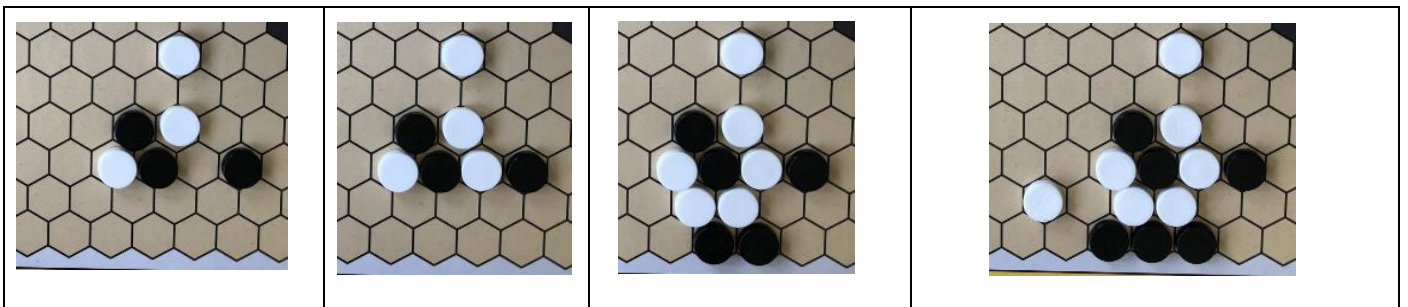


Les noirs ont alors deux choix :

**Premier choix :** ils bloquent le piège. Alors les blancs sécurisent dans un premier temps la liaison entre les deux pions, puis ils avancent plus rapidement vers le bord en utilisant les doubles-liaisons.



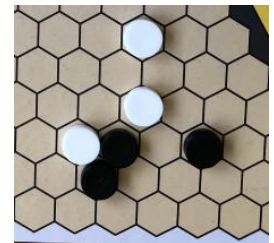
**Second choix :** Les noirs bloquent la liaison entre les deux pions blancs. Les blancs s'engouffrent donc dans le piège. Mais ils vont utiliser le pion placé au début comme point de fuite pour prendre de vitesse les noirs.



*Peut-on alors contrer cette seconde solution ?*

Après plusieurs recherches et tests, nous avons trouvé un emplacement stratégique pour éviter qu'il utilise des doubles liaisons. Nous avons placé le pion au niveau de point de fuite et du pion noir. Puis nous avons testé plusieurs possibilités afin de vérifier si ce placement était juste ou pas, il y a juste deux possibilités pour l'attaquant et à chaque fois on peut voir qu'il est bloqué.

[\(7\)](#)



#### 4. Remerciements :

Nous tenons, bien évidemment, à remercier **Monsieur Jacky Cresson** qui nous a proposé ce sujet, ce jeu et nous a permis de nous amuser en réfléchissant.

Nous souhaitons aussi remercier **Monsieur Mickaël Launay**. En effet, nos professeurs, à la fin de cet atelier nous ont « avoué » qu'ils avaient utilisé les présentations de Monsieur Launay afin de nous poser des problèmes sur le jeu de Hex. C'est donc aussi grâce à lui que nous avons pu réfléchir, nous amuser, mais aussi nous énerver (quelque peu).

## Notes d'édition

- (1) Rappelons que la partie peut s'arrêter avant que le plateau ne soit entièrement recouvert de pions. Ceci dans le cas où il y a une couleur gagnante.
- (2) On aurait pu détailler pourquoi enlever les pions noirs non-reliés au bord ne change pas l'issue de la partie.
- (3) Rappel historique : une des premières preuves d'existence d'une stratégie non-perdante est due à Nash (*the strategy stealing argument*) et s'appuie sur un raisonnement par l'absurde.
- (4) Il manque ici un paragraphe formalisant les grandes lignes de l'idée générale.
- (5) On aurait pu détailler un peu plus les différents cas possibles.
- (6) On signale que, les stratégies gagnantes sont connues pour des plateaux de taille inférieure à 9x9 (mais pas pour ceux de taille plus grande).
- (7) On aurait pu détailler un peu plus les différents cas