

# Les dés

Année 2023 – 2024

ANTONIUS Alyssa, HOCHART Célia, KAETZEL Albertine, élèves de classes première et terminale

**Établissement :** Lycée Corot Douai

**Enseignantes :** Claire De Backer, Claire De Vittori

**Chercheur :** Mamadou N'diaye, Université Polytechnique des Hauts de France.

Sujet : On se demande s'il est possible de changer les nombres inscrits sur les faces de deux dés à 6 faces (par d'autres entiers positifs) pour que les probabilités d'obtenir 2 (la somme des deux valeurs obtenu) ;3 ;4 ; etc. restent les mêmes qu'avec deux dés classiques.

Résultat : Nous avons trouvé des solutions et nous en avons aussi trouvé pour le même problème avec deux dés à quatre faces.

## I-Avec 2 dés à 6 faces en excluant le 0

Premièrement, nous avons étudié la probabilité d'obtenir chaque somme avec deux dés classiques.

Voici les issues possibles :

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Occurrence de chaque nombre pour deux dés classiques :

Somme des faces des 2 dés	Occurrence de chaque nombre
2	1
3	2
4	3
5	4
6	5
7	6
8	5
9	4
10	3
11	2
12	1

Nous avons ensuite identifié plusieurs critères :

- Il doit forcément y avoir deux 1 pour faire le 2
- Le plus grand nombre devant permettre d'obtenir 12 ne doit être présent qu'une seule fois sur un même dé car il ne doit y avoir qu'un seul 12.

Comment obtenir 12 :

1+11 ; 2+10 ; 3+9 ; 4+8 ; 5+7 ; 6+6

Nous pouvons déjà exclure :

\*6+6 car déjà sur le dé initial et nous supposons ici (c'est peut-être faux) qu'il n'y a pas d'autre solution car il faudrait doubler voire tripler au moins une face et supprimer au moins un nombre sur chaque dé ce qui risque de modifier les occurrences sans rééquilibrage possible. **note 1**

Les deux membres de l'addition doivent chacun être les plus grands de leur dé, on peut alors exclure :

\*1+11 il nous faut qu'un seul 1 par dé pour éviter d'avoir 2 fois le 2 ;

\*2+10 nous ne pourrions donc pas compléter le dé sans avoir trop de 12 ou de 2 : un dé devrait contenir un 1 (minimum) et un 2 (maximum), ce qui ne va pas ;

\*3+9 nous devrions remplir le reste du dé avec des 2, et nous aurions alors trop de 11 (2+9)  
Après de nombreux essais, nous n'avons malheureusement trouvé aucune solution avec 7+5, mais avons trouvé une solution avec 8+4 :

	1	3	4	5	6	8
1	2	4	5	6	7	9
2	3	5	6	7	8	10
2	3	5	6	7	8	10
3	4	6	7	8	9	11
3	4	6	7	8	9	11
4	5	7	8	9	10	12

En vert nous avons mis les sommes des nombres que nous étions obligées de mettre, puis nous avons complété.

## II- Avec 2 dés à 4 faces

Nous avons également réfléchi à ce sujet pour des dés à quatre faces. Comme pour le dé à six faces, nous avons calculé la probabilité d'obtenir chaque nombre sur un dé classique grâce à un tableau :

	1	2	3	4		somme de deux faces	nombre d'apparition
1	2	3	4	5		1	0
2	3	4	5	6		2	1
3	4	5	6	7		3	2
4	5	6	7	8		4	3
						5	4
						6	3
						7	2
						8	1

Nous avons identifié plusieurs critères :

- Interdiction d'avoir deux zéros sur deux dés différents car la somme de deux zéros est nulle.
- Interdiction d'avoir un 1 sur un dé et un 0 sur le deuxième dé, car la somme des deux fait 1, or le nombre 1 ne fait aucune apparition, comme le montre le tableau ci-dessus.
- Si on exclut 1, il faut forcément un 0 et un 2 pour obtenir 2.
- Si on exclut tous les nombres supérieurs à 4, il faut obligatoirement un 4 sur chaque dé pour faire 8, car si on additionne deux nombres supérieurs à 4, on obtiendra forcément un nombre supérieur à 8.

On obtient donc ces deux dés :

	2	3	3	4
0	2	3	3	4
2	4	5	5	6
2	4	5	5	6
4	6	7	7	8

  

somme de deux faces	nombre d'apparition
1	0
2	1
3	2
4	3
5	4
6	3
7	2
8	1

## III- 2 dés à 6 faces, mais en incluant le 0

Nous avons ensuite cherché des solutions en rajoutant un 0 sur une face d'un dé, En faisant cela, nous étions donc obligées d'établir un critère supplémentaire :

- Pas de 1 sur le deuxième dé car on aurait la somme de 1 qui n'est pas dans nos probabilités (voir tableau des probabilités)

Notre première réflexion avec la possibilité du 0, était que celui-ci enlevait une unité sur toutes les faces de notre premier dé (0-5 à la place de 1-6).

Donc on décide de rajouter une unité à toutes les autres faces de notre second dé (2-7 à la place de 1-6).

Cela nous a donc permis de garder les mêmes probabilités que sur nos deux dés classiques car en faisant +1-1, c'est comme si on n'avait rien changé (dans nos probabilités).

	0	1	3	4	2	5
2	2	3	5	6	4	7
3	3	4	6	7	5	8
5	5	6	8	9	7	10
6	6	7	9	10	8	11
4	4	5	7	8	6	9
7	7	8	10	11	9	12

Ensuite, nous avons réfléchi à faire de même avec une solution en +2-2(0-4 avec deux 0 cette fois et 3-8 sur le second dé) etc... Malheureusement, on tomberait dans les négatifs.

Nous avons donc décidé de changer notre réflexion :

On met 9 sur un dé et 3 sur l'autre pour avoir la somme de 12.

Sur le premier dé (avec le chiffre 3), on a rajouté un 0 sur une face donc il nous reste 4 faces à remplir avec les chiffres 1 et 2, qu'on va chacun doubler (car rajouter un 3 nous donnerait un 12 en trop)

On a donc toutes les faces de notre premier dé : 0-1-1-2-2-3

Enfin, on remplit les faces du dernier dé (avec le chiffre 9), sans mettre 3 et 8, sinon ces sommes se rajouteraient en trop ! : 2-4-5-6-7-9. On retrouve ce résultat en reprenant les deux dés trouvés précédemment sans le 0 et en ôtant 1 à chacune des faces d'un dé et en ajoutant 1 aux faces de l'autre !

	0	1	1	2	2	3
2	2	3	3	4	4	5
4	4	5	5	6	6	7
5	5	6	6	7	7	8
6	6	7	7	8	8	9
7	7	8	8	9	9	10
9	9	10	10	11	11	12

Note d'édition

**note 1** ; il est en effet impossible de trouver une nouvelle combinaison avec 6 et 6 mais il faut plusieurs étapes pour le montrer