

# Amida-kuji

Collège Mario Meunier – Montbrison (42)

Année 2012/2013

## Elèves:

AIRD A. (4ème 3)  
BAROU C. (4ème 2)  
BLANC A. (4ème 9)  
BOS T. (4ème 3)  
BRUYERE T. (4ème 9)  
CHAUMETTE C. (4ème 9)  
CHERMANNE M. (3ème 5)  
CHILLET A. (3ème 4)  
COUILLOT M. (4ème 2)  
DE HARO C. (4ème 3)  
DEHEEGER L. (4ème 9)  
DUFOURD C. (4ème 9)  
EYRAUD S. (4ème 3)  
FAURE D. (4ème 9)  
GAY Y. (4ème 13)  
GUENOT J. (4ème 3)  
JUNHKE E. (4ème 9)  
JUNHKE G. (3ème 12)  
MAISONNEUVE J. (3ème 4)  
MARTIN L. (4ème 9)  
PAGLIARINI L. (3ème 4)  
POYET L. (4ème 7)  
QUINTEIRO P. (4ème 9)

## Professeurs:

CASSE G.  
GERENTES JB.  
SIBILLE JF.

## Chercheur:

GAUSSENT S. (Université St-Etienne)

Le sujet traite de l'étude des Amida-Kuji, jeu de hasard japonais.

Le but de la recherche a été de démontrer le bon fonctionnement du jeu puis de trouver une technique pour maîtriser ce qui apparaît au départ comme du hasard.

Stéphane GAUSSENT nous a proposé 3 questions:

- 1) Pourquoi deux chemins n'arrivent jamais au même endroit ?
- 2) Comment placer les barres pour obtenir un résultat voulu ?
- 3) A une permutation donnée, comment trouver le dessin avec un minimum de barres qui donne cette permutation ?

Nous avons trouvé une solution à la première question et nous l'avons démontrée :  
« Il n'y a jamais deux chemins en même temps sur une jambe. »

Pour la deuxième question, nous avons trouvé plusieurs méthodes de résolution et nous en présentons trois dans cet article.

Enfin, nous avons émis une conjecture pour la 3ème question, que nous ne sommes pas parvenus à démontrer :

« A chaque permutation donnée, il existe un dessin qui permet de réaliser cette permutation avec un minimum de barres. »

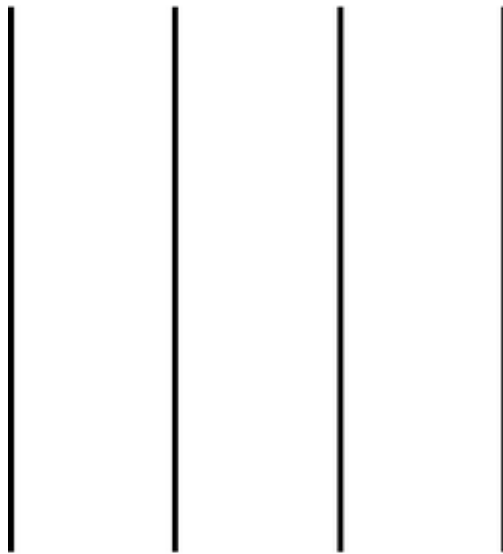
## Introduction:

Les **amidas-kujis** sont un jeu de hasard japonais tout comme la courte paille ici en France.

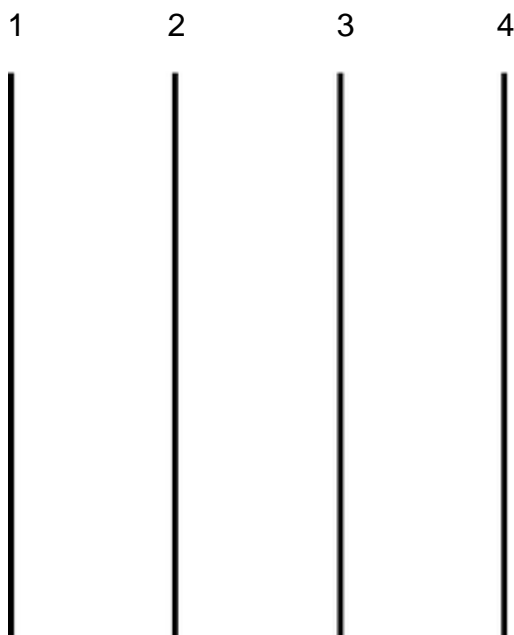
Ce jeu leur permet de décider au **hasard** qui va gagner un lot ou de choisir qui va faire les tâches ménagères. Il permet une distribution aléatoire.

## Principe:

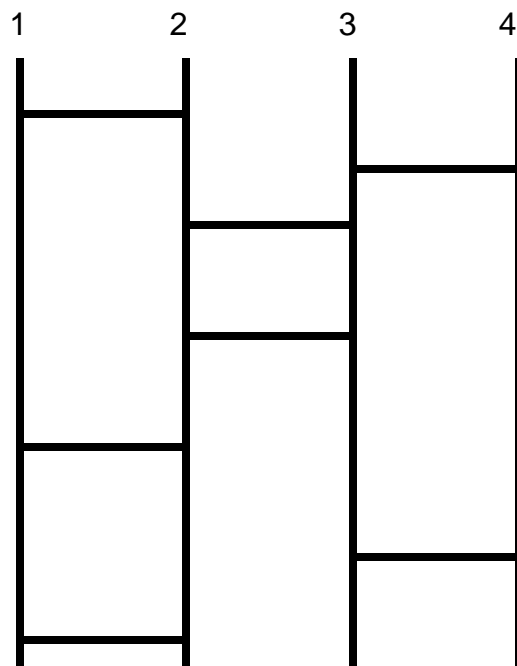
On place des traits verticaux, ils doivent être parallèles (on en place autant que l'on veut).



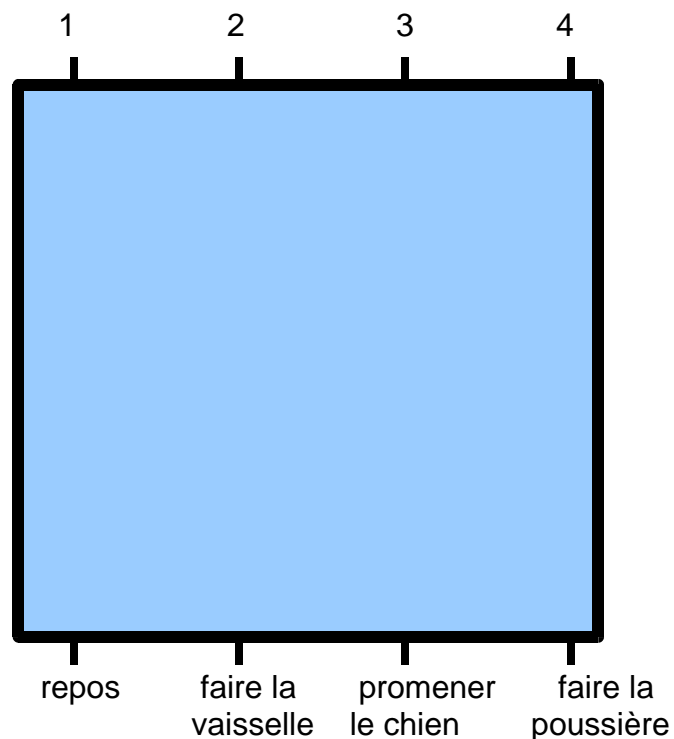
Au-dessus des barres vous placez des nombres (1,2,3,4,5,...) ou bien des prénoms.



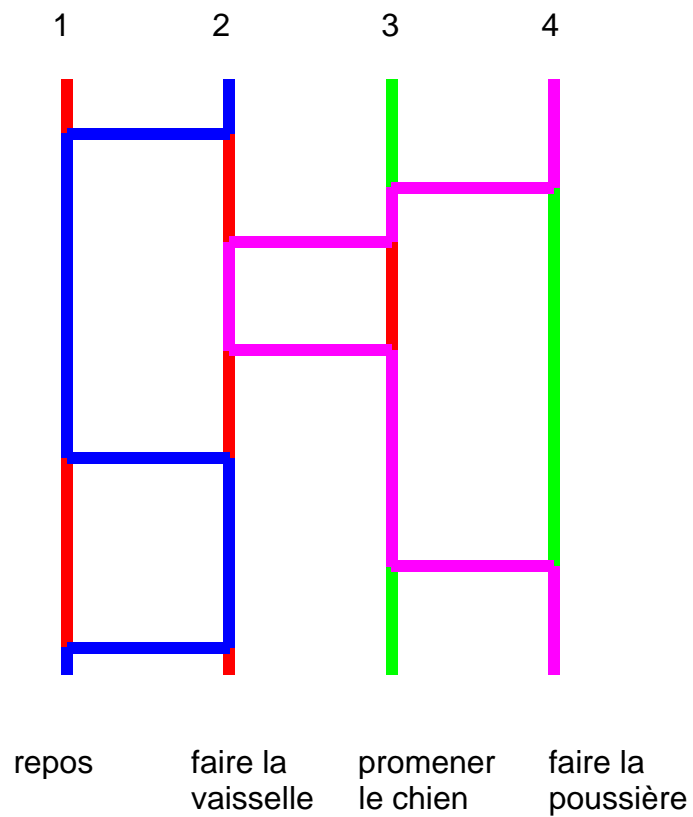
Vous placez ensuite des traits horizontaux : ils doivent être placés au hasard. Mais **attention** 2 traits ne doivent jamais être au même niveau.



On place ensuite au hasard en bas des barres verticales des prénoms, des lots, des tâches ménagères... tout en ayant pris soin de couvrir l'amida-kuji.



Pour savoir qui fait quoi, on trace les chemins. Lorsque que l'on descend le long des barres verticales en partant des nombres, on doit obligatoirement emprunter les barres horizontales rencontrées. On glisse le long des barres (toujours en descendant) jusqu'à une tâche ménagère.



Donc le 1 va faire la vaisselle, le 2 va se reposer, le 3 va promener le chien et le 4 va faire la poussière.

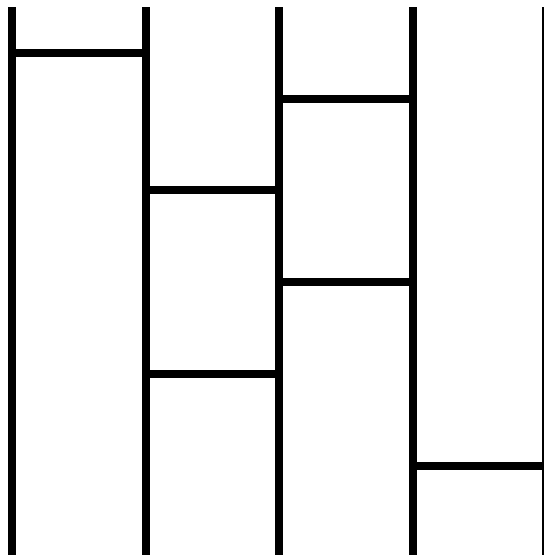


## Question 1:

Pourquoi deux chemins n'arrivent jamais au même endroit ?  
(« Pourquoi 2 personnes ne feront pas la même tâche ménagère ? »)

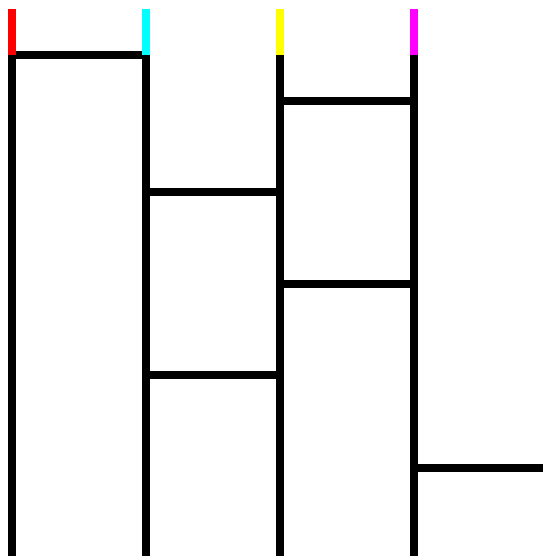
Lorsqu'on effectue un trajet, on est obligé de suivre les barres rencontrées.  
Lors d'un trajet, quand on prend une barre, le trajet de la jambe d'à côté prend la barre en sens inverse ce qui fait permuter les deux trajets. Ainsi, deux trajets ne sont jamais sur la même jambe et n'arrivent donc pas au même endroit.  
Deux chemins pourraient arriver au même endroit si deux barres étaient situées au même niveau. (2)  
Mais cela serait contraire aux règles du jeu des amidas – kujjs.

Etape 1:



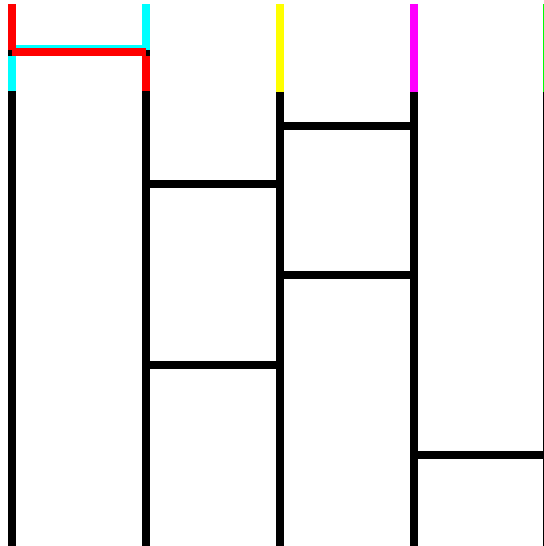
Etape 2:

Tous les chemins partent en même temps mais le bleu et le rouge rencontrent une barre et s'intervertissent.



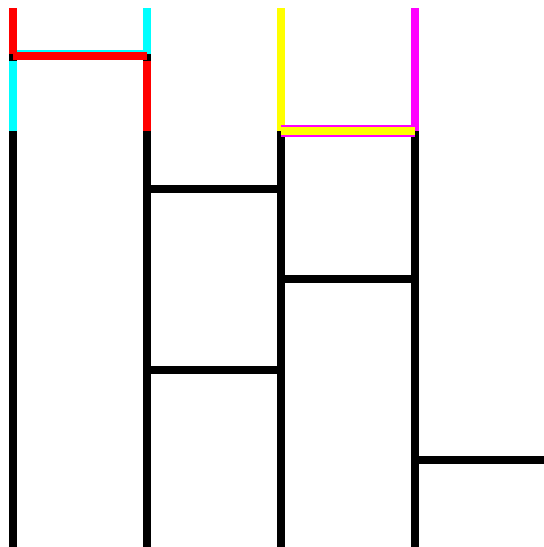
### Etape 3:

Les chemins continuent.



### Etape 4:

Les chemins magenta et jaune rencontrent à leur tour une barre et s'intervertissent.



Et ainsi de suite jusqu'à ce que les chemins arrivent en bas.  
Il n'y a donc jamais deux couleurs en même temps sur une même jambe.

## Question 2:

Comment placer les barres pour avoir le résultat voulu?

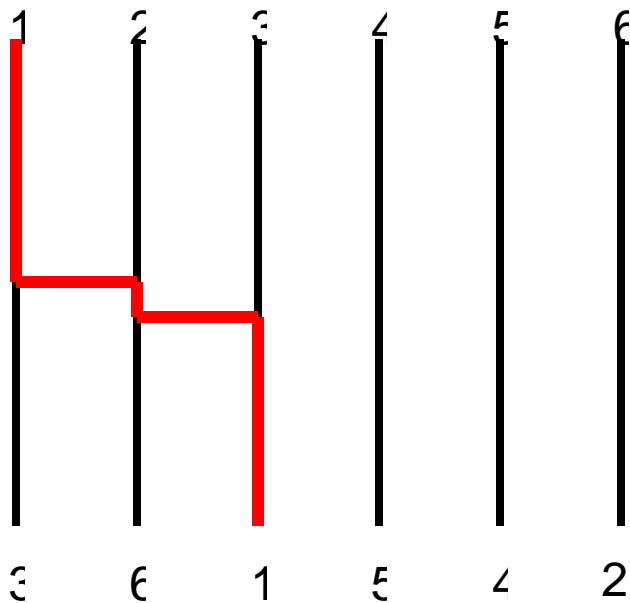
(« Comment placer les barres pour que le 1 fasse la vaisselle, que le 2 se repose ... ? » ou « Comment maîtriser le hasard ? »)

Nous avons trouvé trois solutions:

### Solution 1:

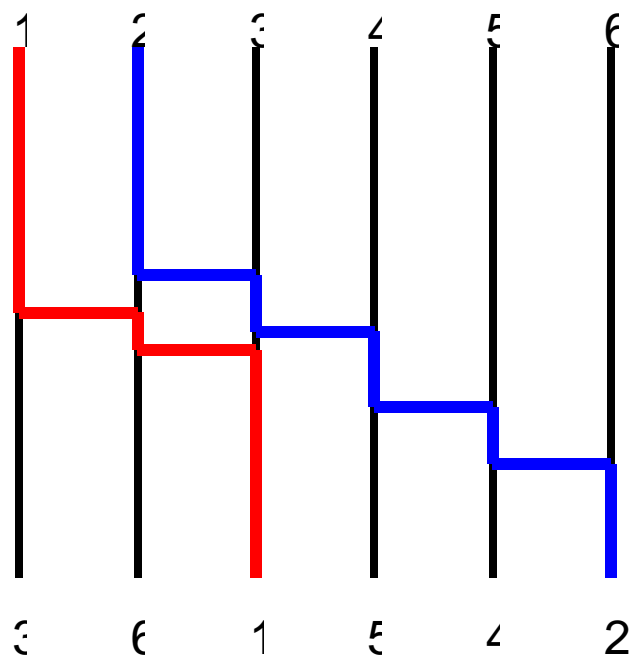
#### Etape 1 :

- Je commence par créer le chemin du 1.
- Je mets une barre au milieu des jambes (1 et 2).
- Je fais un escalier descendant vers la droite.



#### Etape 2 :

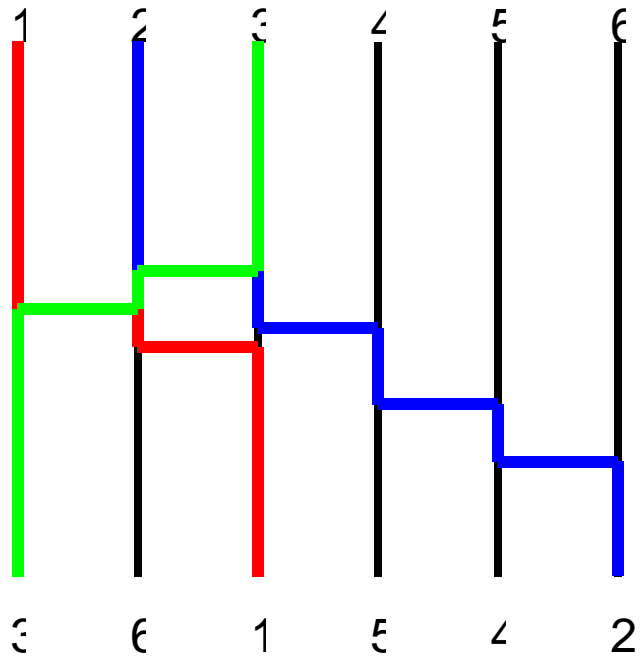
- Je vérifie si le chemin du 2 n'est pas déjà tracé. Ici le chemin du 2 n'est pas déjà tracé : on doit le créer.
  - Pour créer ce chemin on fait des escaliers descendants vers la droite qui sont toujours au-dessus des autres.
  - Je crée un escalier descendant pour obtenir le 2.
- En partant du 2 : **(3)**  
à chaque fois que je mets une barre,  
je vérifie si le chemin est tracé sinon  
je continue à rajouter des barres.





Etape 3 :

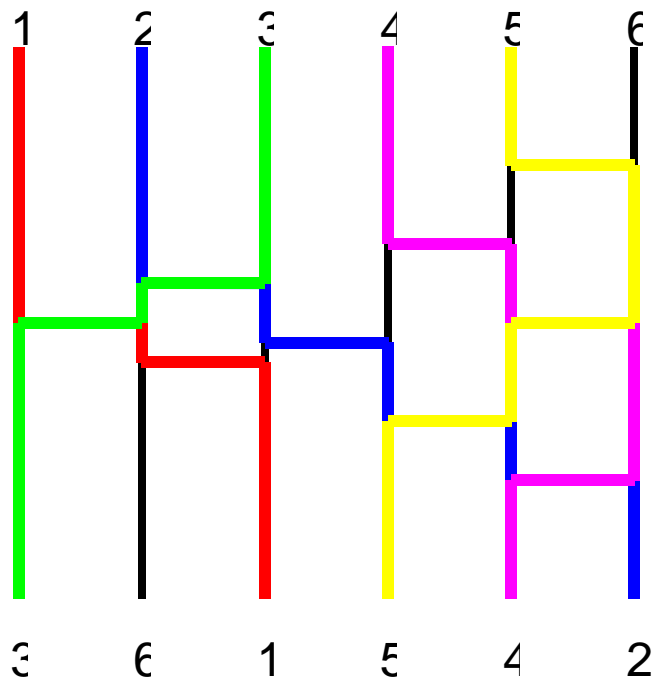
- Je vérifie si le chemin du 3 n'est pas déjà tracé. Ici le chemin du 3 est déjà tracé.



Etape 4 :

- Je répète la même procédure pour le 4 et le 5.

- Le chemin du 6 sera forcément bon !!!! (d'après la question 1)



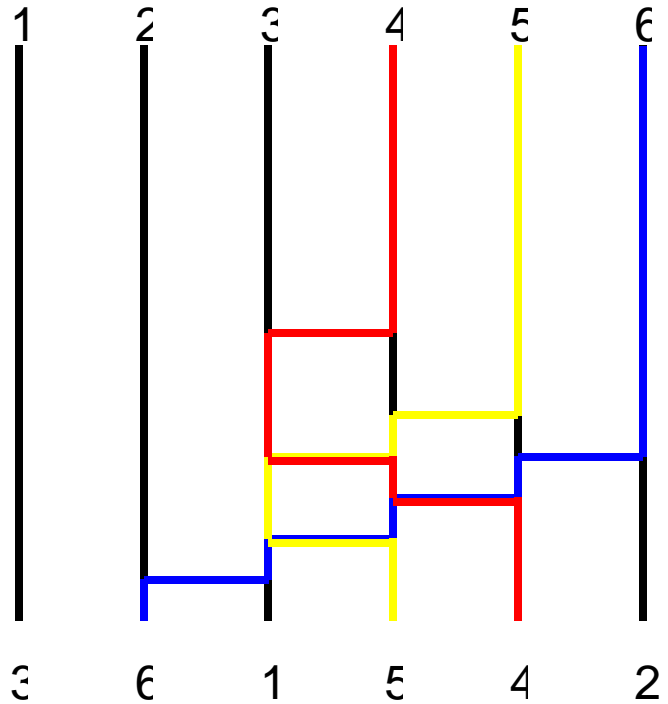


### Etape 3 :

- Je vérifie si le chemin du 4 n'est pas déjà tracé. Ici le chemin du 4 n'est pas déjà tracé : on doit le créer.

- Pour créer ce chemin on fait des escaliers descendants vers la gauche qui sont toujours au-dessus des autres.

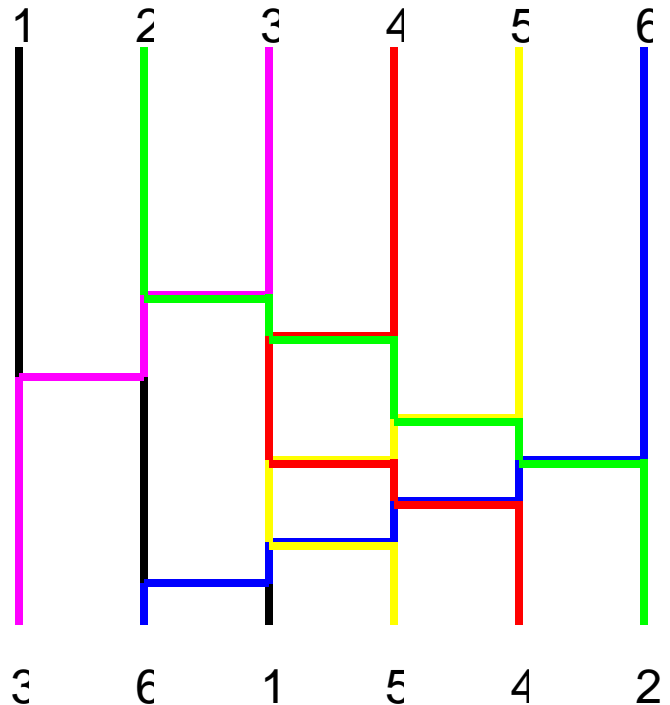
- Je crée un escalier descendant pour obtenir le 4.  
En partant du 4 : à chaque fois que je mets une barre, je vérifie si le chemin est tracé sinon je continue à rajouter des barres.



### Etape 4 :

- Je répète la même procédure pour le 3 et le 2.

- Le chemin du 1 sera forcément bon !!!! (d'après la question 1)



### Solution 3:

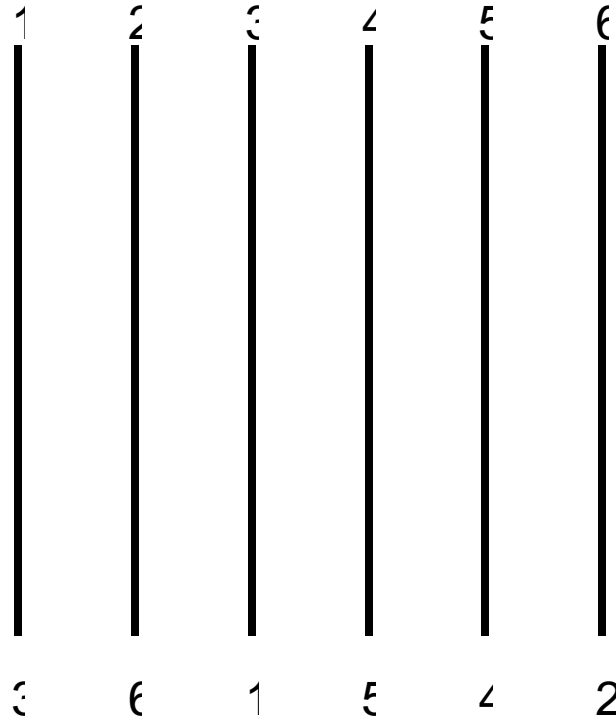
C'est la solution avec laquelle nous avons continué nos recherches:

#### Etape 1 :

- On commence par créer le chemin du 2 (le nombre en bas à droite), puis on fera le chemin du 4, puis du 5, ensuite du 1, etc...

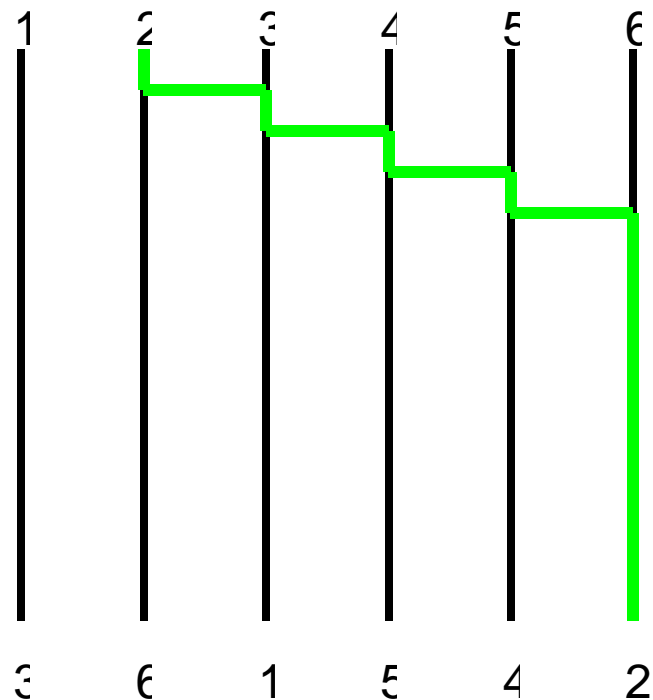
- Les barres permettant de créer le chemin du 2 seront les plus hautes, en dessous il y aura les barres du 4, etc...

- Les barres permettant de construire le chemin du 3 seront les plus basses.



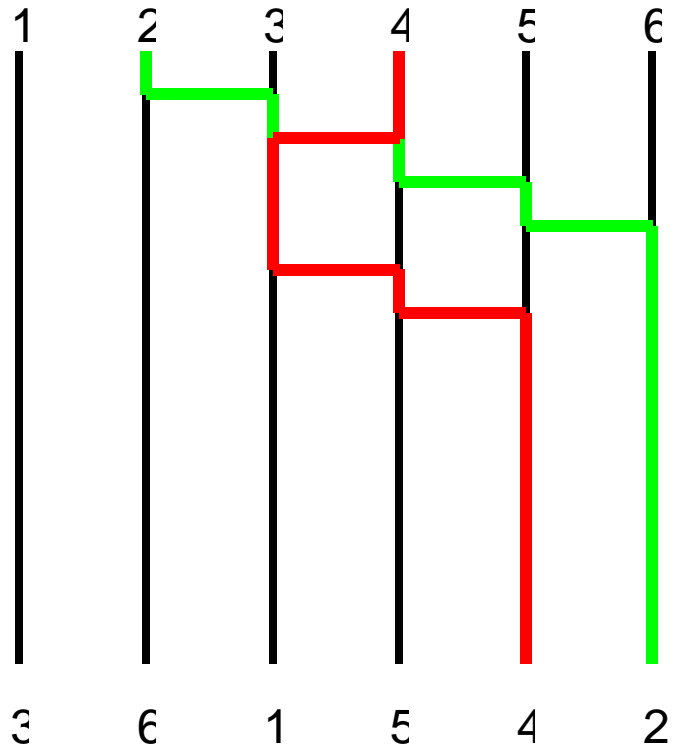
#### Etape 1 (suite) :

- Pour créer le chemin du 2, on part d'en haut et on fait un escalier descendant vers la droite.



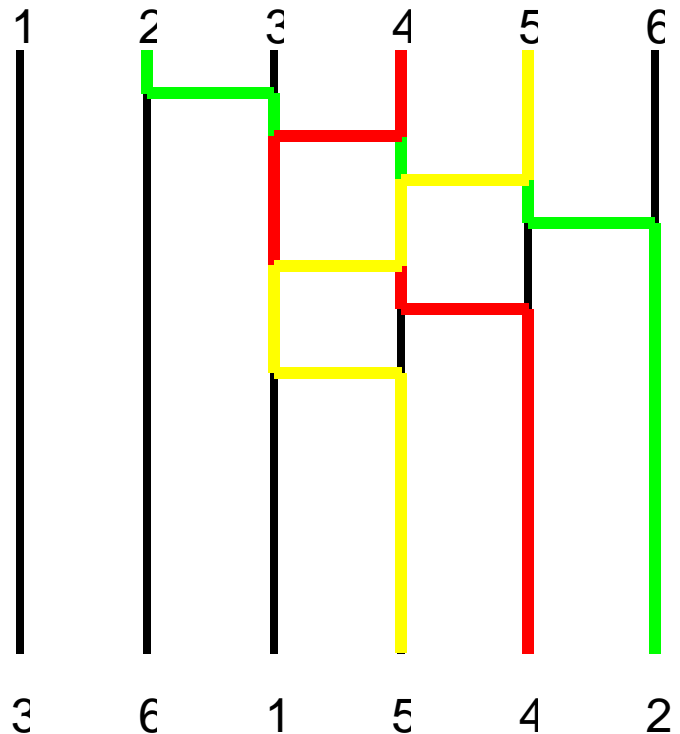
### Etape 2 :

- On veut créer le chemin du 4.
- On vérifie s'il n'est pas déjà tracé : ici ce n'est pas le cas.
- On part du 4 (en haut), on emprunte le chemin du 2 et on ajoute des barres (en dessous de celle du 2).
- A chaque barre ajoutée, on vérifie si le chemin est tracé ou pas.



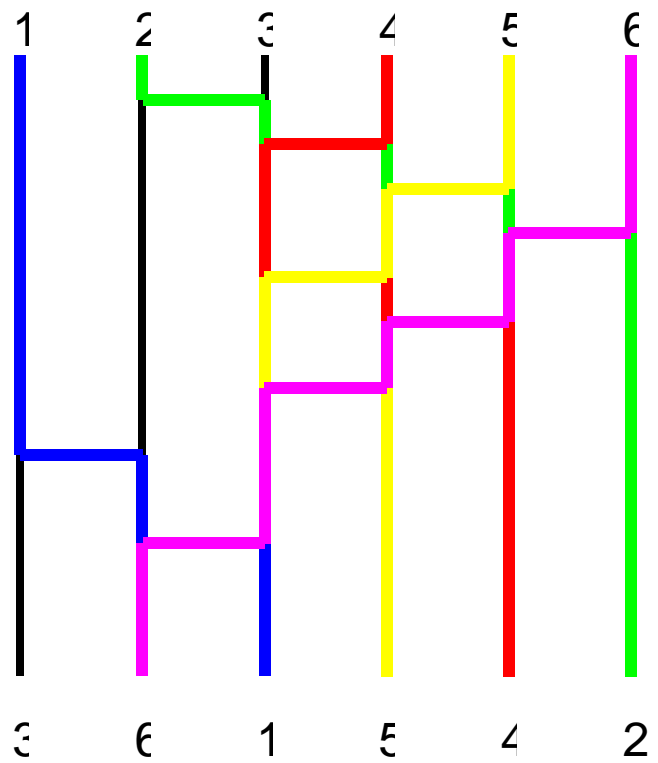
### Etape 3 :

- On veut créer le chemin du 5.
- On vérifie s'il n'est pas déjà tracé : ici ce n'est pas le cas.
- On part du 5 (en haut), on emprunte le chemin du 2 et du 4, on ajoute des barres (en dessous de celle du 2 et du 4).
- A chaque barre ajoutée, on vérifie si le chemin est tracé ou pas.



Etape 4 :

- On ré-itére la procédure pour le 1, puis pour le 6.
- Enfin le chemin du 3 sera déjà tracé (d'après la question 1)



### Question 3

A une permutation donnée comment trouver le dessin avec un minimum de barres qui donnent cette permutation ?

(C'est la même question que la question 2) avec une condition supplémentaire : on veut mettre le minimum de barres)

Nous avons remarqué que parmi nos méthodes, la méthode n° 3 nous permettait d'obtenir le plus petit nombre de barres.

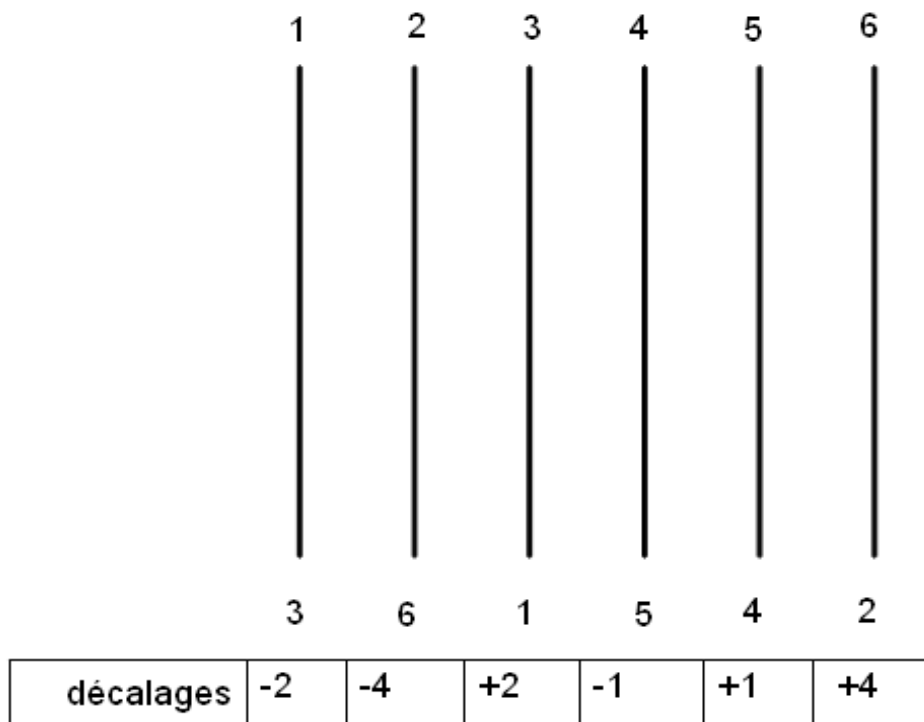
Stéphane Gaussent nous a confirmé que cette méthode donnait le nombre minimum de barres, mais nous ne savons pas l'expliquer ou le démontrer.

Nous avons cependant trouver une méthode qui permet de calculer ce nombre minimum de barres :

Tout d'abord, le résultat d'un amida-kuji dépend de deux choses :

- le décalage,
- le nombre de nombres inférieurs à droite sur la ligne d'en bas.

a) Le décalage est l'écart entre la position de départ d'un nombre et sa position d'arrivée



Sur cet exemple, le 1 a un décalage de 2 par rapport au 1 d'arrivée. Ce résultat peut se vérifier grâce à une formule qui consiste à faire le nombre du haut moins le nombre du bas.

Par exemple, pour savoir le décalage du 4, il suffit de faire  $5 - 4$  c'est à dire 1.

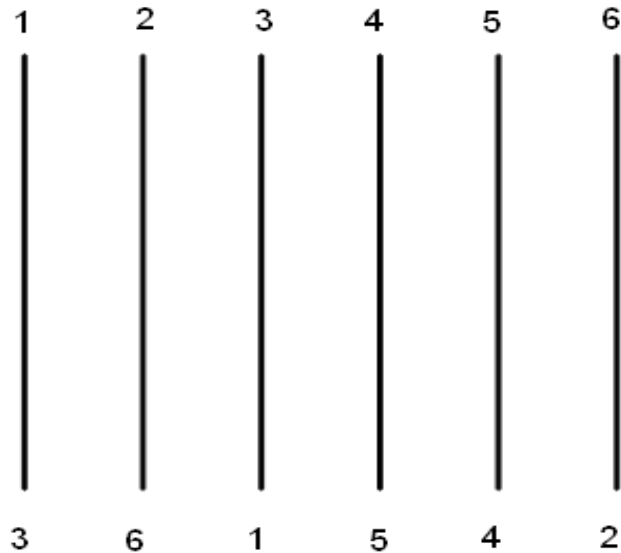
Pour le 6, on fera  $2 - 6$  c'est-à-dire un décalage de -4.

Il existe deux types de décalages:

- Le décalage sur la droite qui donne un décalage positif. ( exemple : le 1 et le 2 )
- Le décalage sur la gauche qui donne un décalage négatif. ( exemple : le 3 et le 6 )

b) Passons maintenant au nombre de nombres plus petits qu'un nombre à droite sur la ligne du bas.

Pour cela, il nous suffit de prendre un nombre, de compter combien de nombres inférieurs il y a à sa droite sur la ligne du bas.



décalages	-2	-4	+2	-1	+1	+4
Nombre plus petit à droite sur la ligne du bas	2	4	0	2	1	0
Total	0	0	2	1	2	4

Le 3 a deux nombres inférieurs à lui à droite sur la ligne du bas : le 1 et le 2.

Au final pour savoir le nombre minimum de barres pour placer correctement un nombre il faut ajouter le décalage et le nombre plus petit à droite sur la ligne du bas. (4)

Ainsi sur notre exemple, pour placer le 5 il faut placer 1 barre, pour le 4 il faut 2 barres. sur cet exemple, le 5 aura besoin d'une barre pour arriver à son point car:  $-1+2=1$

Ainsi donc pour connaître le nombre minimum de barres pour compléter un amida-kuji, il nous suffit d'ajouter ces totaux. Sur l'exemple précédent il faut  $0 + 0 + 2 + 1 + 2 + 4 = 9$  barres au minimum pour le compléter.

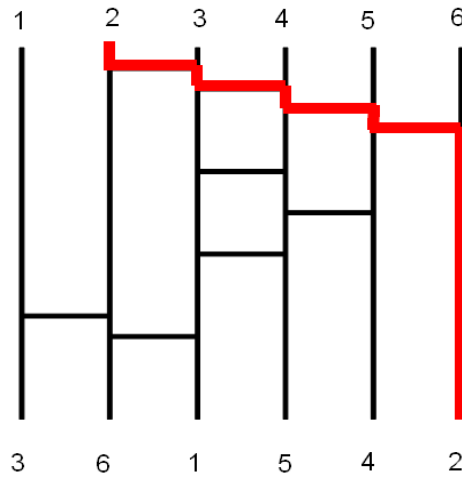


## Retour question 2:

En calculant le minimum de barres horizontales, il est très facile de les placer

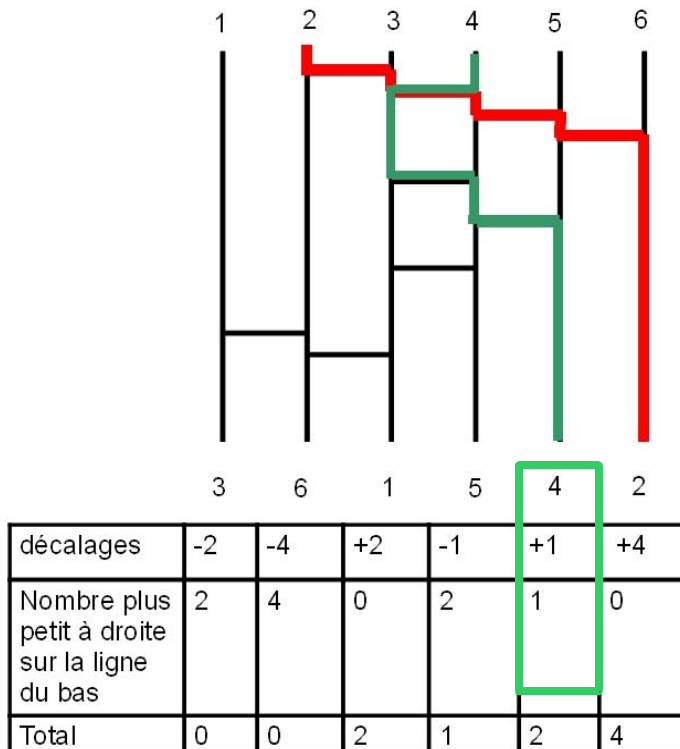
On commence toujours par le dernier nombre de bas à droite donc le 2.

Pour le 2, il faut 4 barres horizontales en escalier ascendant à gauche le plus haut possible a partir du 2 du bas.

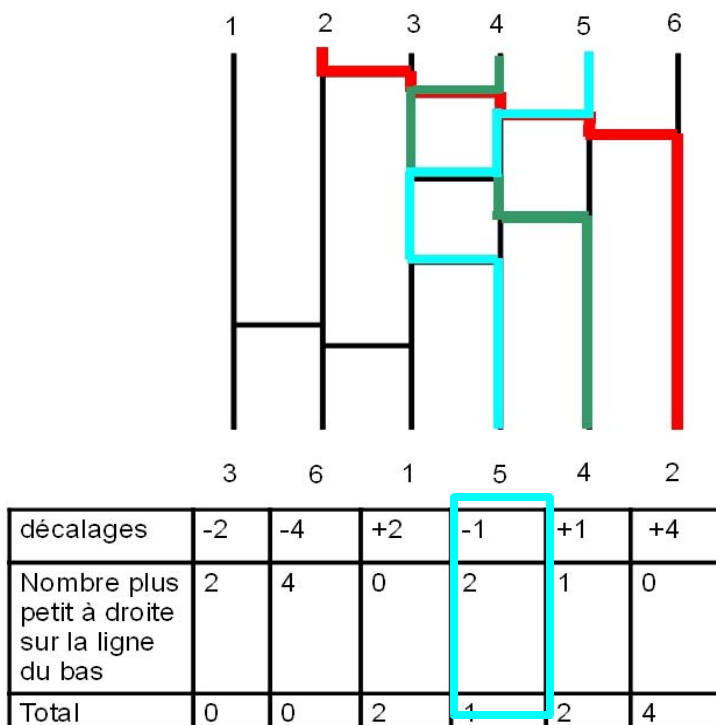


décalages	-2	-4	+2	-1	+1	+4
Nombre plus petit à droite sur la ligne du bas	2	4	0	2	1	0
Total	0	0	2	1	2	4

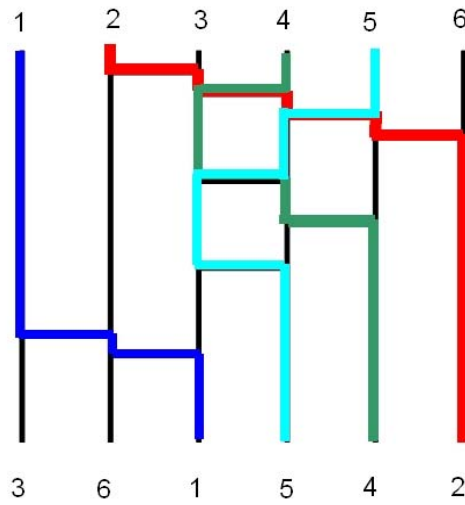
Pour le 4, il faut 2 barres horizontales en escalier ascendant à gauche en dessous des barres du 2 à partir du 4 du bas.



Pour le 5, il faut 1 barre horizontale en escalier ascendant à gauche en dessous des barres du 4 à partir du 5 du bas .

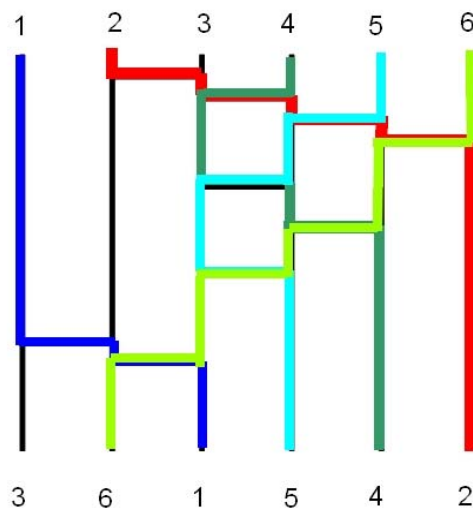


Pour le 1, il faut 2 barres horizontales en escalier ascendant vers la gauche à partir du 1 du bas.



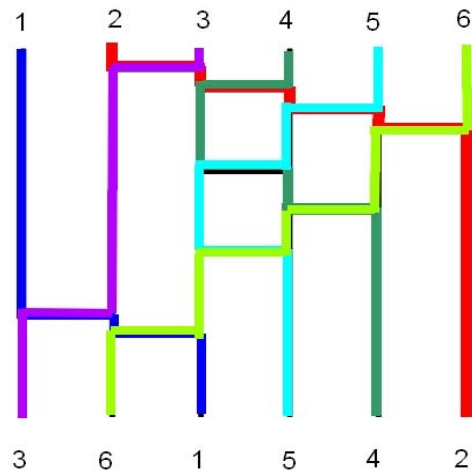
décalages	-2	-4	+2	-1	+1	+4
Nombre plus petit à droite sur la ligne du bas	2	4	0	2	1	0
Total	0	0	2	1	2	4

Pour le 6, il ne faut aucune barre horizontale car il arrive déjà à son point à partir du 6 du bas.



décalages	-2	-4	+2	-1	+1	+4
Nombre plus petit à droite sur la ligne du bas	2	4	0	2	1	0
Total	0	0	2	1	2	4

Et pour le 3, d'après la question 1, il ira directement à son point d'arrivée sans ajouter de barre horizontale à partir du 3 du bas.



décalages	-2	-4	+2	-1	+1	+4
Nombre plus petit à droite sur la ligne du bas	2	4	0	2	1	0
Total	0	0	2	1	2	4

#### Notes de l'édition

- (1) Le principe étant le même mais en remontant les jambes.
- (2) et ayant une jambe en commun. En supposant que chaque trajet ne prenne qu'une seule barre et que le trajet de la jambe du milieu choisisse une des deux barres.
- (3) Je vais faire un escalier descendant à droite au-dessus de celui du 1.
- (4) En prenant pour référence les nombres d'arrivée, c'est-à-dire de la ligne du bas.