

## MATh.en.JEANS

Collèges J. Macé (Perpignan), F. Mitterand (Toulouges), La Côte Radieuse (Canet en Roussillon), OLIBO (Saint Cyprien)

Lycées F. Arago, J. Lurçat, A. Maillol (Perpignan), R. Luxemburg (Canet en Roussillon)

Lycée « Colégiul B.P. Hasdeu » (Buzau, Roumanie)

Laboratoire de Mathématiques et de Physique (LAMPS)

Université de Perpignan Via Domitia (UPVD)

Année scolaire/universitaire 2015-2016

# Sujets de recherche pour le jumelage Lurçat-Maillo

coordonnateurs UPVD : Robert Brouzet, Pierre Villalongue

### Sujet 1 Tenez vous à carreau !

Vous avez pour projet de carreler une pièce rectangulaire de  $6m25$  sur  $5m15$ . Une machine vous distribue des carreaux rectangulaires aux dimensions que vous voulez. La seule contrainte sur ces dimensions est que chaque carreau doit avoir au moins l'un de ses deux côtés multiple de 10 centimètres. Pourrez-vous parvenir à carreler cette pièce sans découpe ?

### Sujet 2 Est-ce que ce sera dans vos cordes ?..

On prend  $n$  points sur un cercle et on trace toutes les cordes possibles. Combien de régions obtient-on au maximum ?

### Sujet 3 Chacun sa route...

Deux villes  $A$  et  $B$  sont reliées par deux routes. On sait que deux véhicules partant de la ville  $A$ , et reliées entre eux par une ficelle de 20 mètres, peuvent parvenir dans la ville  $B$  en étant chacune sur une route différente, et ce sans rompre la ficelle. Pourra-t-on acheminer deux véhicules sphériques de rayon 10,1 mètres, l'un partant de  $A$  et allant en  $B$  sur une route et l'autre partant de  $B$  et allant en  $A$  sur l'autre route ?

### Sujet 4 Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages...

Comment feriez-vous pour obtenir une valeur approchée, la plus précise possible, du célèbre nombre  $\pi$  ?

### Sujet 5 Un pavé dans la mare

Quels sont les volumes minimum et maximum d'un pavé droit dont la somme des longueurs de toutes les arêtes est fixée et la somme des aires des six faces est aussi fixée ?

### Sujet 6 Carrément !

Un entier  $n$  est dit *costaud* si un carré de côté  $n$  peut être partagé en  $n$  carrés à côtés entiers. Pourriez-vous trouver des nombres costauds (le plus possible... si possible!) ?

### Sujet 7 Machine à Bac

Le ministère de l'Éducation nationale, constatant que l'organisation de l'examen du baccalauréat coûte très cher, a décidé d'une nouvelle procédure.

Dorénavant, les élèves devront proposer à une Machine à Bac un mot formé de lettres de A à Z.

Les mots sont divisés en trois catégories en fonction du résultat énoncé par la Machine :

- Ceux pour qui la réponse est : Ajourné(e) définitivement
- Ceux pour qui la réponse est : Ajourné(e), mais autorisé(e) à repasser l'examen l'année suivante
- Ceux pour qui la réponse est : Admis(e)

Une relation  $\mathcal{R}$  est définie sur l'ensemble de ces mots :

Pour tout mot  $x$ ,  $AxA$  est en relation avec le mot  $x$  (noté  $AxA \mathcal{R} x$ ).

Pour tout mots  $x$  et  $y$ , si  $x \mathcal{R} y$  alors :

- $Bx \mathcal{R} yy$
- $Cx \mathcal{R} \overleftarrow{y}$
- $Dx \mathcal{R} Ay$
- si  $x$  provoque la réponse Ajourné(e) définitivement, alors  $y$  provoque la réponse Ajourné(e), mais autorisé(e) à repasser l'examen l'année suivante
- si  $x$  provoque la réponse Ajourné(e), mais autorisé(e) à repasser l'examen l'année suivante, alors  $y$  provoque la réponse Ajourné(e) définitivement

où  $yy$  est le mot formé en écrivant deux fois  $y$ , et  $\overleftarrow{y}$  est le mot formé en écrivant  $y$  à l'envers.

Pour éviter la triche, lorsqu'un mot provoquant l'admission a été utilisé, il change de catégorie, et provoque dorénavant la réponse Ajourné(e), mais autorisé(e) à repasser l'examen l'année suivante.

Travail à faire :

- 1 Déterminez un mot vous permettant d'être admis(e).
- 2 Aidez vos amis en leur fournissant autant que nécessaire des mots provoquant l'admission.

Prolongement possible (souhaitable!) :

La définition de  $\mathcal{R}$  ne permet pas de trouver tous les mots "gagnants". Essayez de trouver quelques propriétés supplémentaires sur  $\mathcal{R}$ , de façon à garder un nombre infini de mots gagnants, mais qui permettent de trouver tous les mots "gagnants".