

La Cigale et la Fourmi font des Maths !

La Vengeance de la Cigale.

Année 2013 - 2014

Arthur CHIGOT, Ibrahim ARAS, André CESPÉDES, Anissa ABANSIR, Hugo HAENEL, Clémence RENAUDIN, Jérémy LE BIHAN, Naomie NGUENI, élèves de 4^{ème} et de 3^{ème}.

Encadrés par CAMPESTRINI Hervé, GUHEL Sylvie et ENDERLIN Céline

Établissement : Collège La Pyramide à LIEUSAIN et Robert BURON à NANDY.

Chercheuse : Juliette BAVARD, IMJ Paris VI.

Présentation du sujet :

Nous prenons comme point de départ la fable de Jean de La Fontaine, *La Cigale et la Fourmi*. Que s'est-il passé après cette célèbre dispute ?

Un des tableaux de la Fourmi vient de tomber. La fourmi qui passe par là lui propose alors son aide :

« Si vous le voulez, en échange de quelques grains, je peux accrocher votre tableau avec DEUX clous, lui propose-t-elle, un sourire en coin.

- C'est une bonne idée, se réjouit la Fourmi. De cette façon, si l'un des deux clous tombe, la ficelle du tableau restera attachée sur le premier, et ainsi le tableau ne tombera pas ! Marché conclu, vous aurez deux grains en échange, mais pas plus ! ».

Mais la Cigale, qui souhaite en réalité se venger, n'a pas cette idée en tête : *elle plante les deux clous dans le mur, mais décide d'attacher la ficelle qui tient le tableau de telle sorte que si l'un des clous tombe, n'importe lequel, le tableau tombe aussi !*

Les questions :

- 1) Comment la Cigale peut-elle s'y prendre ?
- 2) Pouvez-vous trouver toutes les solutions possibles ?
- 3) Est-ce possible avec trois clous (ou plus) ?

Résultats et conjectures :

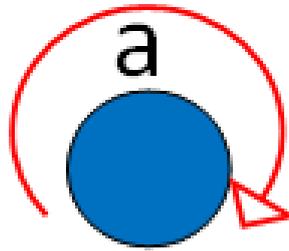
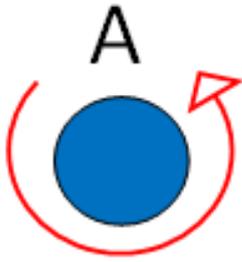
Pour nous aider à comprendre le sujet nous avons manipulé une pancarte reliée à une ficelle. Cela nous a permis de comprendre le sujet et de trouver les premières solutions pour deux clous.

Après la mise en place d'une notation, nous avons déterminé toutes les solutions pour deux clous et trouvé quelques solutions pour trois clous, quatre clous et cinq clous.

Nos recherches :

Commençons par mettre en place un codage.

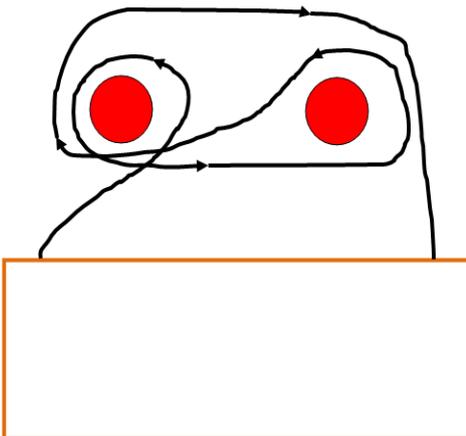
- A = clou 1, B = clou 2, C = clou 3, D = clou 4 ...
- A = on tourne la ficelle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour du clou.
- a = on tourne la ficelle dans le sens des aiguilles d'une montre autour du clou.



Voici les solutions pour deux clous :

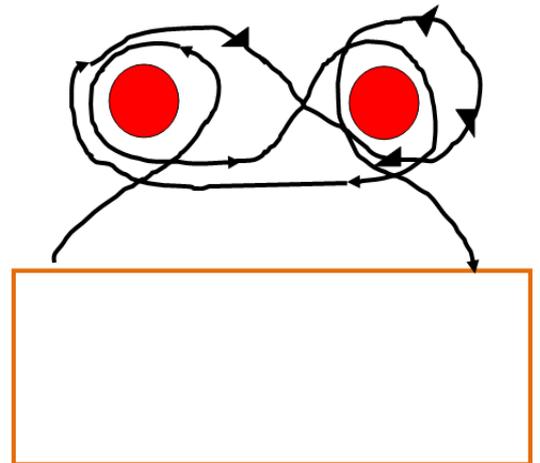
Solution 1 :

ABab



Solution 2 :

AbaB



Les autres solutions :

BAba

aBAb

bABa

BabA

abAB

baBA

On les a toutes obtenues en permutant les lettres et les majuscules et minuscules. Il en a 8 au total.

Nous avons trouvé quelques solutions pour trois clous :

- ABCbcaCBcb
- CbaBACabAB
- BCACabACac
- CABabcBAbA

Testons la première solution en supprimant le clou A :

ABCbcaCBcb

Il reste :

BCbCBcb

cC = s'annule

Il reste :

BCbBcb

bB = s'annule

Il reste :

BCcb

cC = s'annule

Il reste :

Bb

Bb = s'annule

Reprenons cette solution en supprimant cette fois-ci le clou B :

ABCbcaCBcb

ACcaCc

Aa

Reprenons la solution en supprimant le clou C :

ABCbcaCBcb

ABbaBb

Aa

Quel que soit le clou supprimé, le tableau tombe à chaque fois. [\(1\)](#)

Nous avons trouvé quelques solutions pour quatre clous :

Par exemple : **abcdCDBdcDCAcdCDbdcDCB**

Nous avons trouvé quelques solutions pour cinq clous :

Par exemple : **abcdeDECedEDBdeDEcedEDCAcdeDECedEDbdeDEcedEDCB**

Conclusion : Il existe d'autres solutions (que l'on peut obtenir en permutant des lettres ou en rajoutant des séquences) mais nous ne les avons pas encore toutes trouvées.

Notes d'éditions

(1) il aurait été intéressant de donner l'algorithme qui a permis de trouver les solutions présentées pour 3 clous, ce qui aurait permis de calculer le nombre de possibilités dans ce cas.

