LE PONT DE KAPLAS

Année 2013.- 2014

Elèves de 6ème, 5ème et 4ème :**Hanna GROSSEAU,Félix LEGRAND, Robynn GAUDIN, Alexis SOULAS, Adrien COUTELLE, Théo ARGA, Sarah LEBAS, Valentine GOBIN**

Établissements : **collège Iles de Loire , Saint-sébastien sur Loire et le collège Albert Vinçon, Saint-Nazaire**

Enseignant-e-s : **Armelle Chiffoleau, Franck Fougère, Elisabeth Hardy**

Chercheur(s) ou Chercheuse(s) avec leur université : **Laurent Piriou**

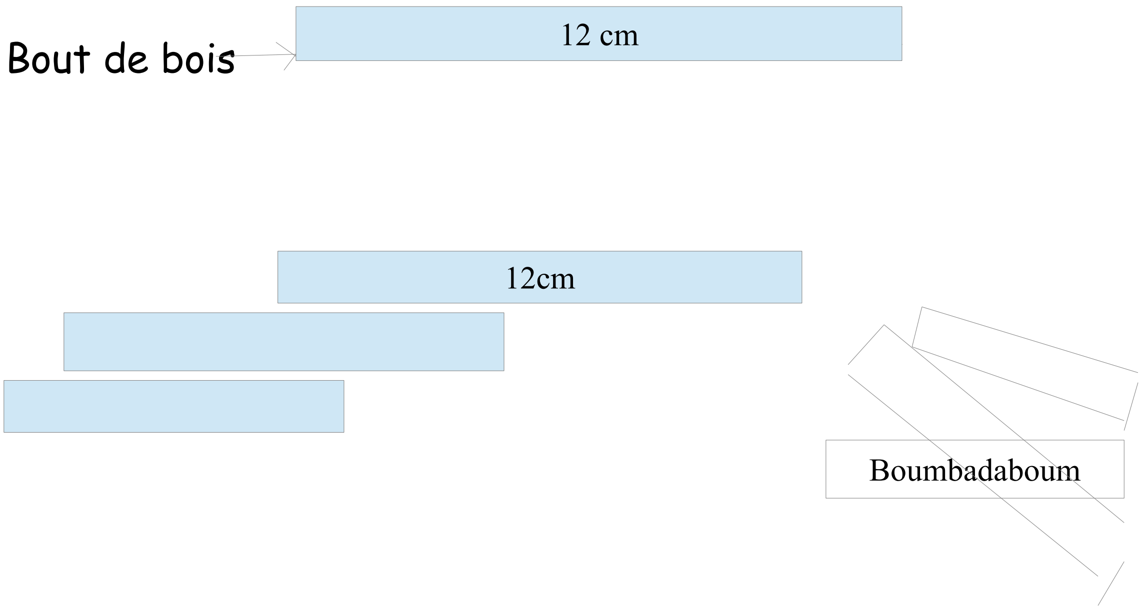
Nous remercions le CNRS pour son soutien pour son soutien financier.

Comment empiler des Kaplas (0) sur le bord d'une table de manière à ce qu' ils dépassent le bord de la table le plus possible ?

On impose qu'il n'y ait qu'un seul Kapla par niveau. Par exemple, avec 2 Kaplas j'affirme pouvoir dépasser le bord de la table d'une demi-longueur de Kapla...

- Peut-on faire mieux avec deux Kaplas ?
- Quel est le plus long pont possible avec trois Kaplas ?
- Quatre Kaplas ? Plus ?
- Peut-on aller aussi loin que l'on veut ?
- Peut-on faire mieux avec trois Kaplas en oubliant la contrainte de n'avoir qu'un Kapla par niveau ?

Définition: Un kapla est un bout de bois de 12 cm. (1)



NOS REPONSES

-Peut-on faire mieux avec deux Kaplas ?
Non,on ne peut pas faire mieux, car la moitié du kapla qui dépasse de la table se reporte derrière le kapla ce qui forme un contre-poids.

-Quel est le plus long pont possible avec trois Kaplas ?
Le pont le plus long avec 3 kaplas est de 1/2+1/4 soit 3/4 ou 9 cm pour un kapla de 12 cm.

-Quatre Kaplas ? Plus ?
Avec 4 kaplas,on peut arriver à 1/2+1/4+1/6 soit 11 cm avec un kapla de 12 cm et ainsi de suite...

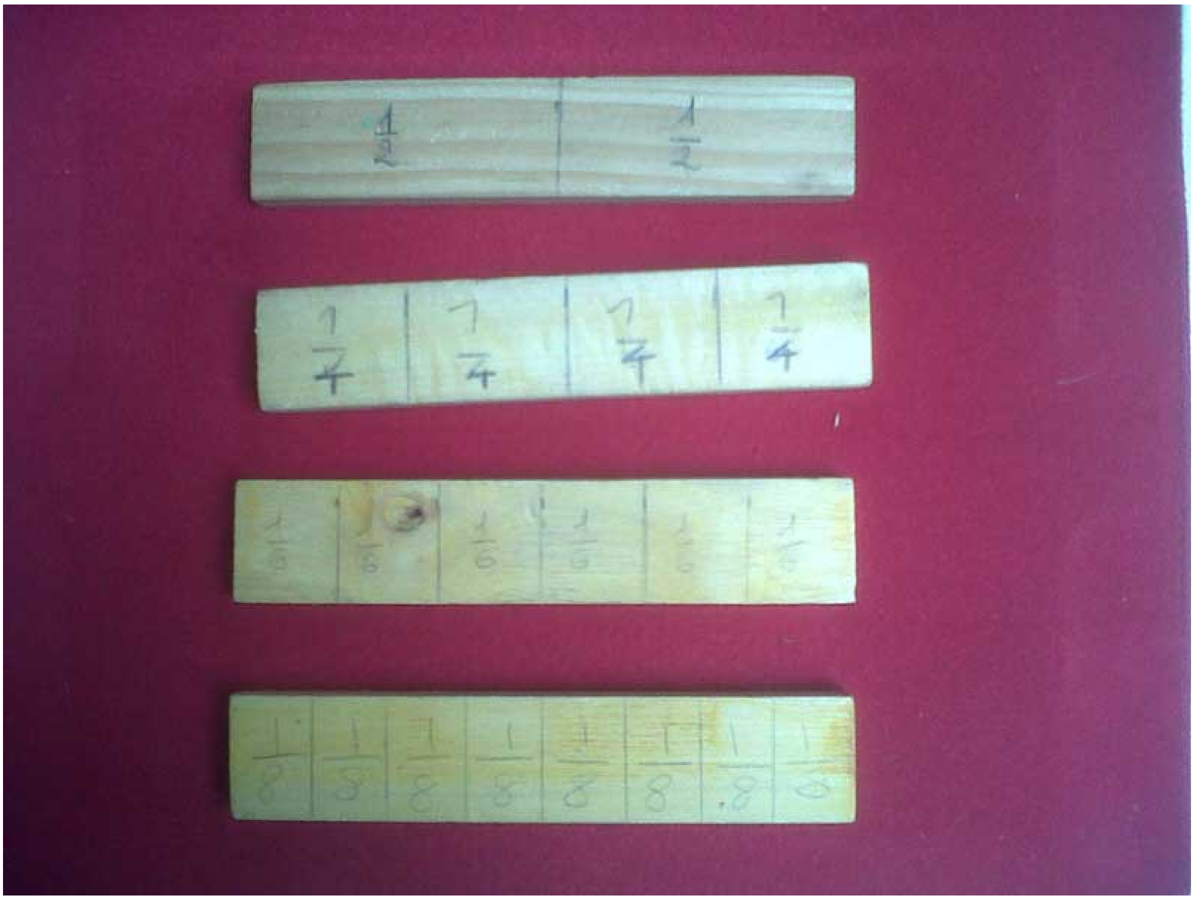
-Peut-on aller aussi loin que l'on veut ?
Oui, on peut aller aussi loin que l'on veut : on a fait des calculs avec le tableur.

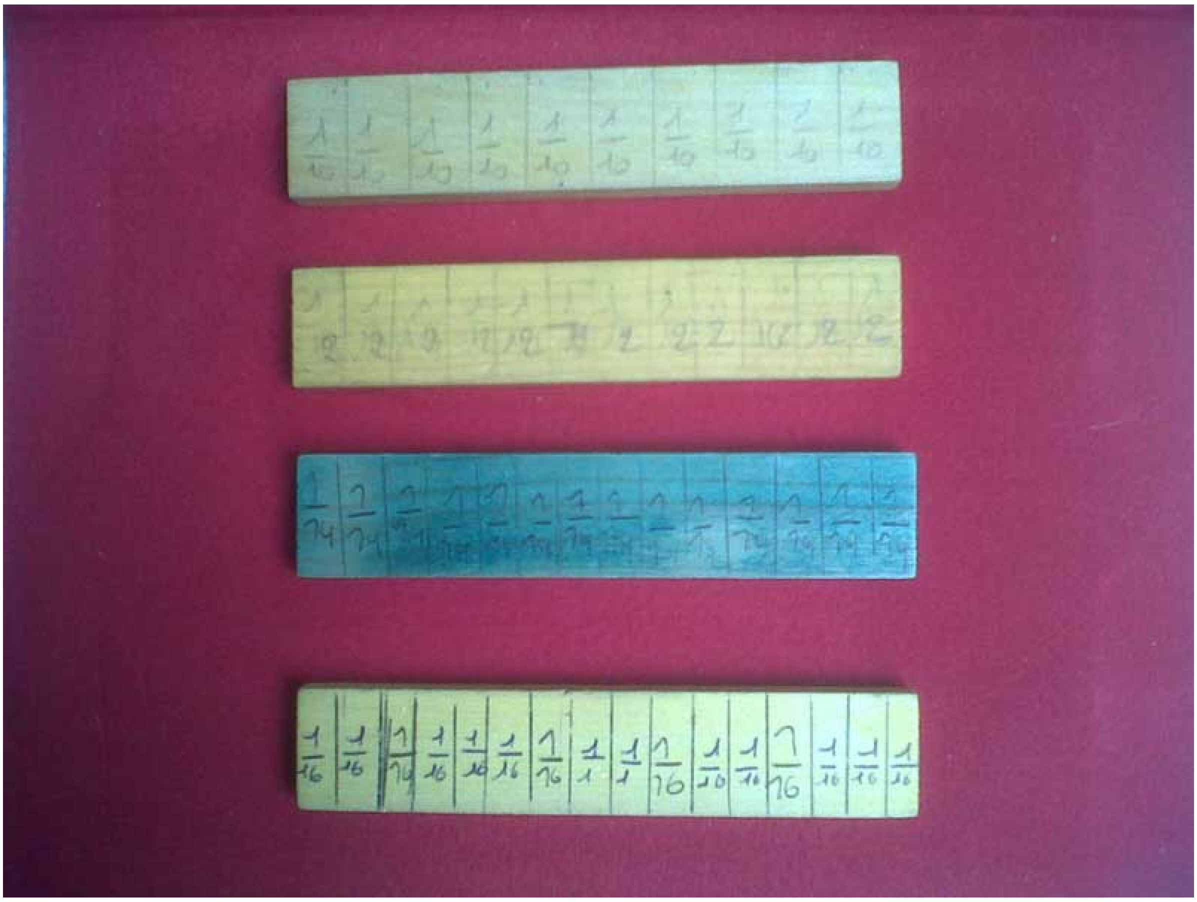
I - LE PLUS LONG PONT AVEC 2, 3 ou 4 KAPLAS

On a commencé par prendre des kaplas de même taille et nous avons essayé des les empiler sans que le dernier kapla ne tombe… et en mesurant avec la règle la longueur du kapla qui dépassait de la table.

On a noté nos mesures puis on a essayé de trouver un lien entre le nombre de Kaplas et la longueur mesurée. On n'a pas abouti car ce n'était pas précis et pas pratique.

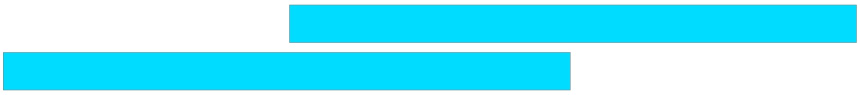
En relisant le sujet donné par le chercheur on s'est aperçu qu'il parlait de fraction « demi-longueur ». On a alors eu l'idée de mesurer un kapla (12cm) puis de partager plusieurs kaplas en 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 , etc...


1/2 1/2
1/4 1/4 1/4 1/4
1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6
1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8

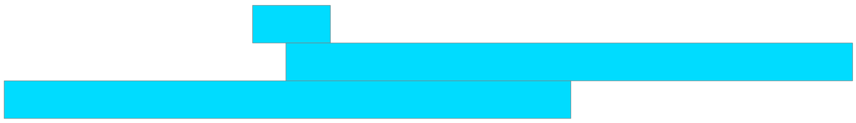


On a recommencé nos essais. On s'est aperçu qu'il est plus facile d'empiler les kaplas par en dessous plutôt que par dessus.

On a vu qu'avec deux kaplas, on pouvait dépasser le bord de la table d'1/2 de kapla. **(2)**

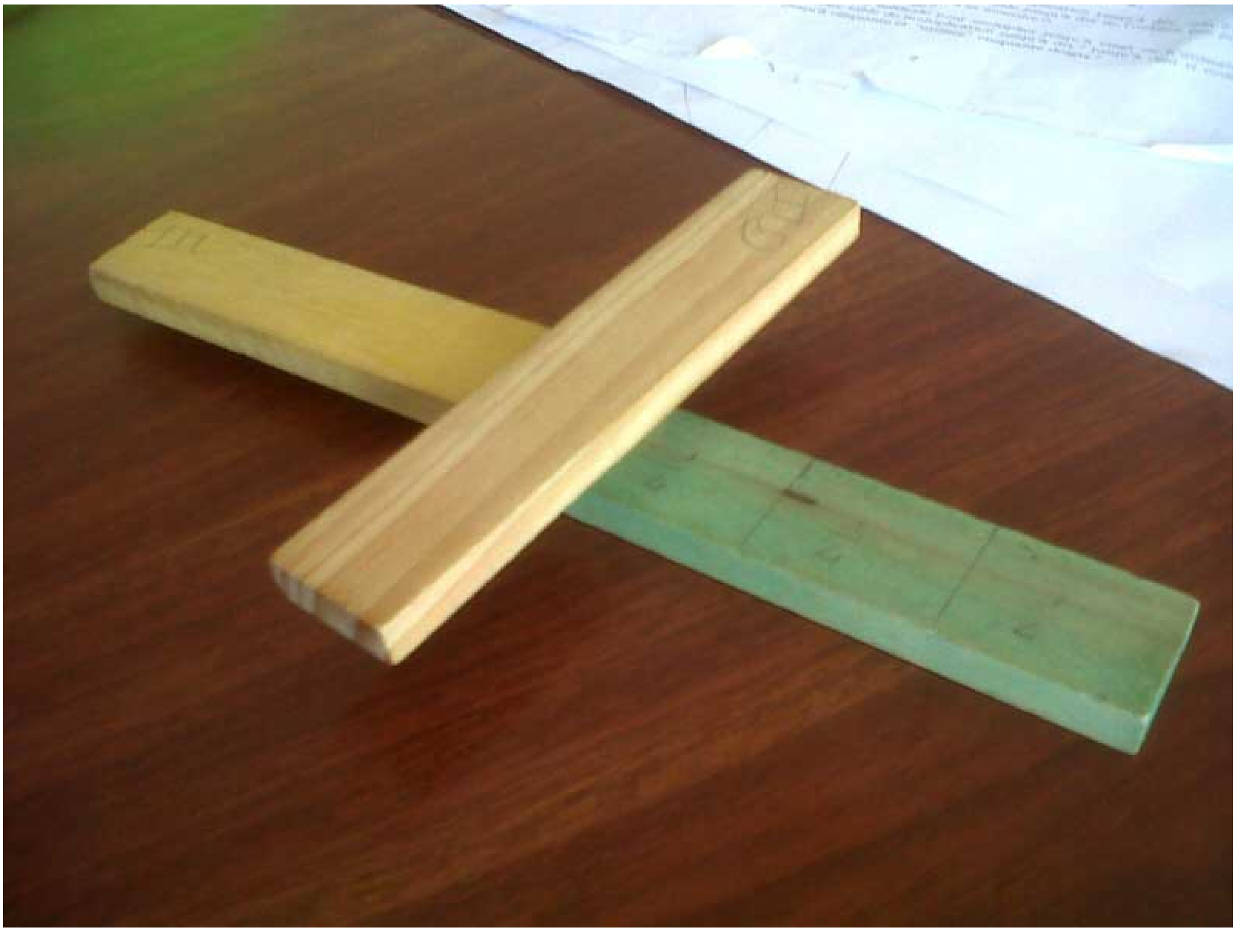


Avec trois kaplas, on peut dépasser la table de 1/2 + 1/4 de kaplas. **(3)**



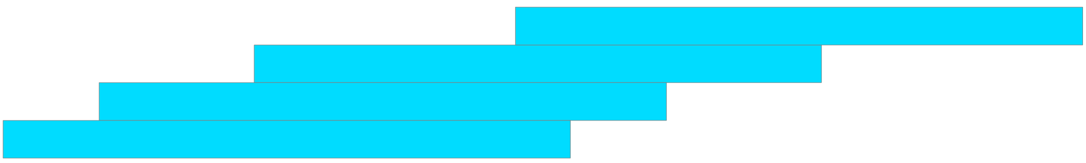
(4)

Puis, avec trois kaplas, on a essayé de faire un contre-poids pour voir si on peut aller plus loin.

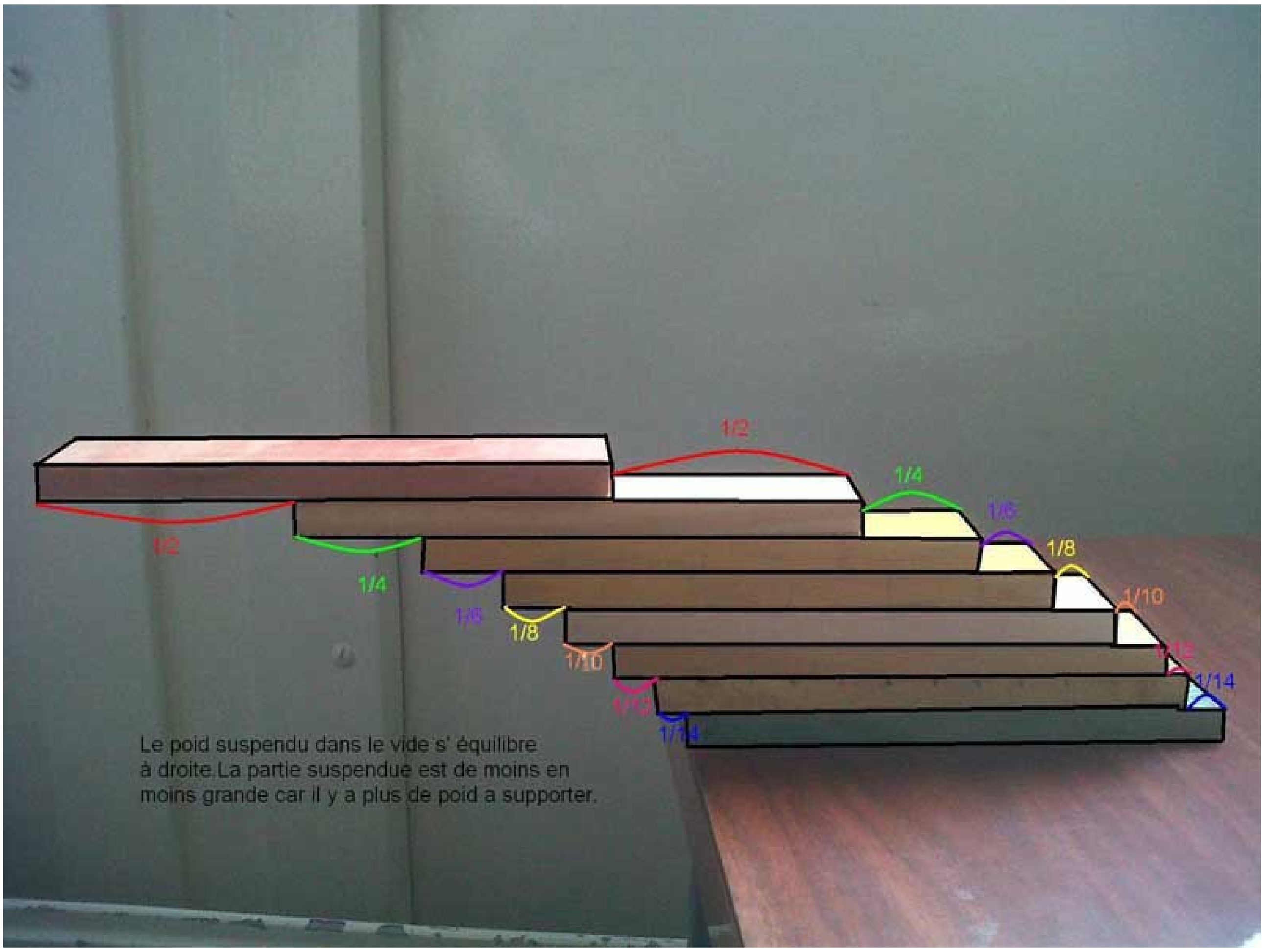


Le pont n'est pas plus long... (5)

Avec quatre kaplas, on peut dépasser la table de 1/2 + 1/4 + 1/6 de kaplas.



Donc nous avons découvert une suite logique entre 1/2, 1/4, 1/6, 1/8...
(6)
Le plus long pont possible avec quatre kaplas mesure
(1/2+1/4+1/6)x 12 cm donc 11 cm.
En respectant la même logique que pour le pont précédent nous arriverons à trouver la taille de tous les ponts.



II - AVEC PLUS DE QUATRE KAPLAS ?

Il semble que l'on puisse aller aussi loin que l'on veut d'après les calculs effectués sur tableur. (7)

B4 =B3+1/((A4-1)*2)

nombre de kaplas	longueur du pont (fract°de kapla)
1	0/ 1
2	1/ 2
3	3/ 4
4	11/12
5	25/24
6	113/99
7	49/40
8	35/27
9	53/39
10	58/41
11	145/99
12	77/51
13	45/29
14	97/61
15	161/99
16	73/44
17	71/42
18	43/25
19	173/99
20	149/84

(8)
Nous avons aussi fonctionné avec un algorithme : algobox.

Oublier la contrainte de n'avoir qu'un kapla par niveau ne servira pas à agrandir le pont car par tâtonnement nous avons trouvé que cela ne nous aiderait pas à aller plus loin (voir la photo avec le contrepoids).

Notes d'édition :
(0) KAPLA® est un jeu de construction en pin des Landes fondé sur

des éléments tous identiques dont les proportions correspondent à : 3 épaisseurs pour 1 largeur et 5 largeurs pour 1 longueur.

(1) La lecture de la suite de l'article semble suggérer que le premier Kaplas est fixe, et ne dépasse pas de la table.

(2) D'après le texte, il semblerait que la table soit alignée avec le premier Kaplas (voir note (1)).

(3) L'édition pense que le rectangle du dessus signifie que le KAPLA a été mis perpendiculairement aux autres (voir la photo qui suit).

(4) Ces deux résultats ont été obtenus par l'expérience, ce qui ne constitue pas une définition formelle. Il s'agit d'une constatation empirique. Une modélisation physique plus complexe pourrait nous éclairer sur les raisons du phénomène.

(5) De la même manière que précédemment, cette constatation empirique ne saurait avoir valeur de preuve. On pourrait toujours arguer du fait que, même si l'on n'a pas réussi jusqu'à présent, il existe une manière ingénieuse d'agencer ces trois Kaplas afin de construire un pont plus long.

(6) Ceci est une conjecture. La logique invoquée n'est ici pas explicitée par les auteurs. Sous réserve de validation, il semble que la formule suivante pourrait être avancée : l'ajout d'un nième Kapla à la pile (n supérieur ou égal à 2) permet un agrandissement du pont de 1/(2(n-1)) fois la longueur d'un Kapla. La longueur d'un pont comportant n Kaplas (n supérieur ou égal 2) est ainsi donné par la somme, pour k variant entre 2 et n, des 1/(2(k-1)), soit H_n/2, où H_n est la série harmonique, c'est à dire la somme des inverses des entiers allant de 1 à n-1 (par exemple, pour n=5, H_5 = 1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 = 25/12 = 2,083).

(7) On remarque cependant que la formule correspondant à la case sélectionnée sur cette capture d'écran est compatible avec la formule donnée plus haut.

(8) On pourra remarquer que la série harmonique étant divergente (H_n n'est pas bornée, et va vers l'infini lorsque n augmente), la longueur du pont peut effectivement être aussi grande que l'on veut, en supposant que le modèle énoncé reste valide. Des problèmes physiques (comme le poids de la pile...) pourront cependant limiter l'expansion du pont dans la pratique.