

Multiplier sur vos doigts

Année 2013.- 2014

Elèves de 6ème et 5ème : LESUR Marine, GUIMARD Clément, LEBAS
Maxence, RUELLÉ Maël.

Établissements : collège Iles de Loire , Saint-sébastien sur Loire et le collège Albert Vinçon,
saint-Nazaire

Enseignant-e-s : Armelle Chiffolleau, Franck Fougère, Elisabeth Hardy

Chercheur(s) ou Chercheuse(s) avec leur université : Laurent Piriou, faculté des Sciences de Nantes

LE SUJET

Savez-vous multiplier jusqu'à dix en ne connaissant que vos tables de multiplications jusqu'à cinq, celle par dix, et en n'utilisant que vos doigts ?

Par exemple pour multiplier 6×8 :

- Pour aller de 5 à 6 je lève 1 doigt de ma main gauche ;
- Pour aller de 5 à 8 je lève 3 doigts de ma main droite ;
- j'ai donc 4 doigts levés et retiens $4 \times 10 = 40$;
- Je rabaisse les doigts levés et je lève ceux qui n'étaient pas levés ;
- Je multiplie les doigts levés à gauche et à droite: $4 \times 2 = 8$;
- j'en déduis que $6 \times 8 = 40 + 8 = 48$.

Pouvez-vous multiplier les nombres compris entre 10 et 20 puis jusqu'à 100 après avoir trouvé jusqu'à 50? [\(1\)](#)

I - La formule pour les nombres entre 5 et 10.

On a trouvé la formule, et on l'a testée en utilisant $6=a$ et $8=b$

$$[(a-5)+(b-5)] \times 10 + (10-a) \times (10-b)$$

On a utilisé le calcul littéral pour prouver notre formule :

$$[(a-5)+(b-5)] \times 10 + (10-a) \times (10-b)$$

$$=(a+b-10) \times 10 + 100 + (-10 \times b) + (-10 \times a) + (a \times b)$$

$$=10 \times a + 10 \times b - 100 + 100 + (-10b) + (-10a) + (a \times b)$$

$$=10a + 10b - 100 + 100 + (-10b) + (-10a) + (a \times b)$$

$$=a \times b$$

II – Pour multiplier deux nombres entre 10 et 20 :

On a commencé par utiliser la même technique que pour celle de 5 à 10. Malheureusement, cela n'a pas fonctionné. Nous avons cherché des rapports entre les nombres et nous avons abouti à la technique de 10 à 20.

III – Pour multiplier deux nombres entre 25 et 50 :

c'était plus compliqué car il fallait comprendre que l'on devait faire 2 groupes de 25 doigts.

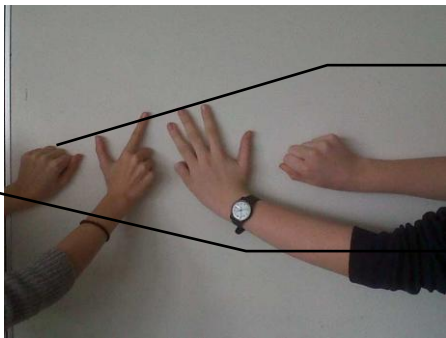
Quand on a trouvé la technique de 25 à 50, on a pu facilement trouver celle de 50 à 100.

Voici nos résultats:

I - Pour les nombres de 10 à 20 :

12x14 : - Pour aller de 10 à 12 une personne lève 2 doigts,

- Pour aller de 10 à 14, l'autre lève 4 doigts.

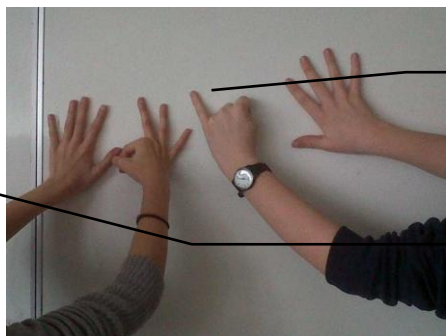


4 doigts levés

2 doigts levés

- On a donc 6 doigts levés et je retiens $6 \times 20 = 120$

- Je rabaisse les doigts levés et je lève ceux qui n'étaient pas levés.



6 doigts levés

8 doigts levés

- Je multiplie les doigts levés et les doigts baissés à gauche et à droite:
 $8 \times 6 = 48$;

- J'en déduis que $12 \times 14 = 120 + 48 = 168$.

La formule pour les nombres de 10 à 20 :

$$[(a-10)+(b-10)] \times 20 + (20-a) \times (20-b) = a \times b$$

On a utilisé le calcul littéral pour prouver notre formule :

$$[(a-10)+(b-10)] \times 20 + (20-a) \times (20-b)$$

$$= (a+b-20) \times 20 + (20-a) \times (20-b)$$

$$= 20 \times a + 20 \times b - 20 \times 20 + 20 \times 20 + 20 \times (-b) + (-a) \times 20 + (-a) \times (-b)$$

$$= 20a + 20b - 400 + 400 + (-20b) + (-20a) + ab$$

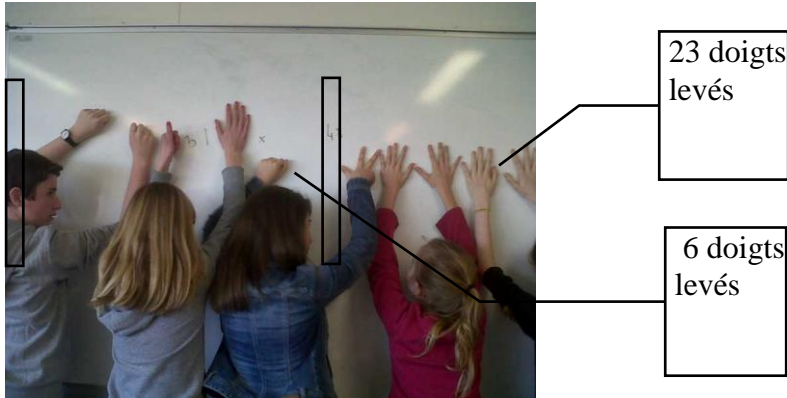
$$= a \times b$$

II – Pour les nombres de 25 à 50 :

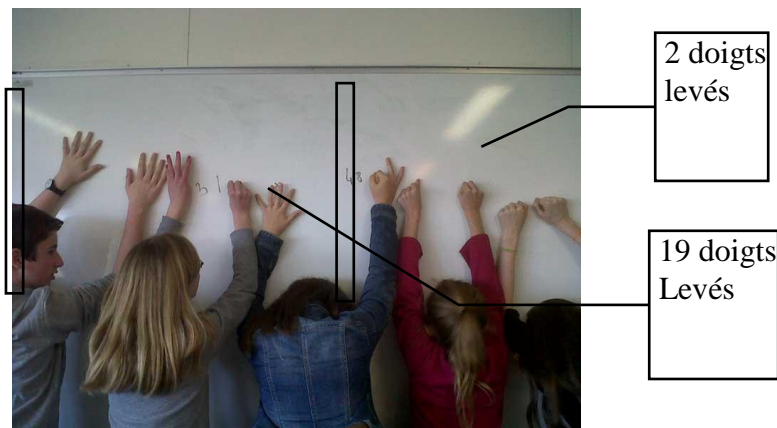
31x48

On a besoin de 50 doigts. On fait 2 groupes de 25 doigts.

- Pour aller de 25 à 31, un groupe lève 6 doigts;
- Pour aller de 25 à 48, l'autre groupe lève 23 doigts.



- J'ai donc 29 doigts levés et je retiens $29 \times 50 = 1450$;
- Je rabaisse les doigts levés et je lève ceux qui n'étaient pas levés.



- Je multiplie les doigts levés à gauche et à droite: $19 \times 2 = 38$;
- J'en déduis que $31 \times 48 = 1450 + 38 = 1488$.

La formule pour les nombres entre 25 et 50 :

$$[(a-25)+(b-25)] \times 50 + (50-a) \times (50-b) = a \times b$$

III - Pour les nombres de 50 à 100:

64x85

On a besoin de 100 doigts. On fait 2 groupes de 50 doigts.

- Pour aller de 50 à 64, un groupe lève 14 doigts;
- Pour aller de 50 à 85, l'autre groupe lève 35 doigts.



35 doigts
levés

14 doigts
levés

- J'ai donc 49 doigts levés et je retiens $49 \times 100 = 4900$;
- Je rabaisse les doigts levés et je lève ceux qui n'étaient pas levés.



15 doigts
levés

36 doigts
levés

- Je multiplie les doigts levés à gauche et à droite: $36 \times 15 = 540$;
- J'en déduis que $64 \times 85 = 4900 + 540 = 5440$.

La formule pour les nombres de 50 à 100 : (2)

$$[(a-50)+(b-50)] \times 100 + (100-a) \times (100-b) = a \times b$$

Notes d'édition :

(1) Il faut plutôt comprendre "puis les nombres entre 25 et 50 ? Et ceux entre 50 et 100 ?"

(2) En guise de conclusion, la question que nous pouvons nous poser est, pourquoi choisit-on 5 et 10, puis 10 et 20, 25 et 50, etc... Quel est le point commun entre ces couples de nombres ?

Aurait-on pu le faire avec 500 et 1000 ?