

Périmètre de la Terre et tour Eiffel

Année 2015-2016

Participants :

Collège Eugène Delacroix - Saint Amant de Boixe (Charente)

AUBRY Benjamin

BOIREAU Tom

BUREAU Lison

CHESNEAU Alice

DESCHAISE Eva

GINESTE Manon

JOUBERT Perrine

NOUGARET Alban

PUYGRENIER Nina

VERSAVAUD Marion

Collège Jean Rostand – La Rochefoucauld (Charente)

BOUTET Charly

MENARD Margaux

LEMEURE Robin

Chercheur :

M. JAMES Nicolas

Professeurs :

M. GINESTE Frédéric

Mme. KEMPF Caroline

M. PETIT Jean-Guy

Mme. ROBUCHON Christelle

Sujet 1

Si l'on a une corde qui fait le périmètre de la terre, qu'on la coupe et que l'on lui rajoute un mètre, est ce qu'un chat peut passer dessous?(sachant que 10 cm suffisent). [1]

1) Périmètre de la terre:

Rayon de la Terre: 6 371 km

Formule du périmètre d'un disque: $\pi \times (R \times 2)$

$$6\,371 \times 2 \times \pi = 40\,030,17\,359 \text{ km}$$

Conversion:

KM	HM	DAM	M	DM	CM
40 030	1	7	3	5	9

Le périmètre de la Terre est égal à **40 030 173,59 m.**

2) Nous ajoutons 1m de corde:

$$40\,030\,173,59 + 1 = 40\,030\,174,59 \text{ m.}$$

Le périmètre de la Terre avec les 1m de corde en plus est égal à 40 030 174,59 mètres.

3) On cherche le rayon du disque de périmètre de la Terre + 1m:

Formule: Périmètre terre +1m

$$\frac{40\,030\,174,59}{2 \times \pi} \approx 6\,371\,000,159 \text{ m.}$$

Le rayon du disque de périmètre de la Terre plus 1m de corde est égal à **6 371 000,159 mètres.**

4) Rayon du nouveau disque – Rayon de la Terre:

$$6\,371\,000,159 - 6\,371 = \mathbf{0,159 \text{ m}}$$

Conversion:

M	DM	CM	MM
0	1	5	9

$$=15,9 \text{ cm} \quad 10 < 15,9$$

Conclusion : Un chat peut passer sous la corde.

Équation

On cherche à savoir si c'est vrai pour n'importe quel rayon de disque.

y = RAYON D'UN DISQUE

$$\frac{2y\pi + 1 - y}{2 \times \pi} = \frac{\text{rayon de la Terre} \times \pi \times 2 + 1}{2 \times \pi} - \text{le rayon de la terre}$$

$$= \frac{2y\pi + 1}{2 \times \pi} - \frac{2y\pi}{2 \times \pi} = \frac{\text{rayon de la Terre} \times 2 \times \pi + 1}{2 \times \pi} - \frac{\text{le rayon de la Terre} \times 2 \pi}{2 \times \pi}$$

$$= \frac{2y\pi + 1 - 2y\pi}{2 \times \pi} = \frac{\text{rayon de la Terre} \times 2 \times \pi + 1 - \text{rayon de la Terre}}{2 \times \pi}$$

$$= \frac{2y\pi - 2y\pi + 1}{2 \times \pi} = \frac{\text{rayon de la Terre} - \text{rayon de la Terre} + 1}{2 \times \pi}$$

$$= \frac{1}{2 \times \pi} \approx 0,159$$

Conclusion : Nous nous apercevons que le résultat sera le même pour n'importe quel rayon. [2]

Sujet 2

Quelle longueur de corde faut-il rajouter au périmètre de la Terre pour que la Tour Eiffel passe dessous ?

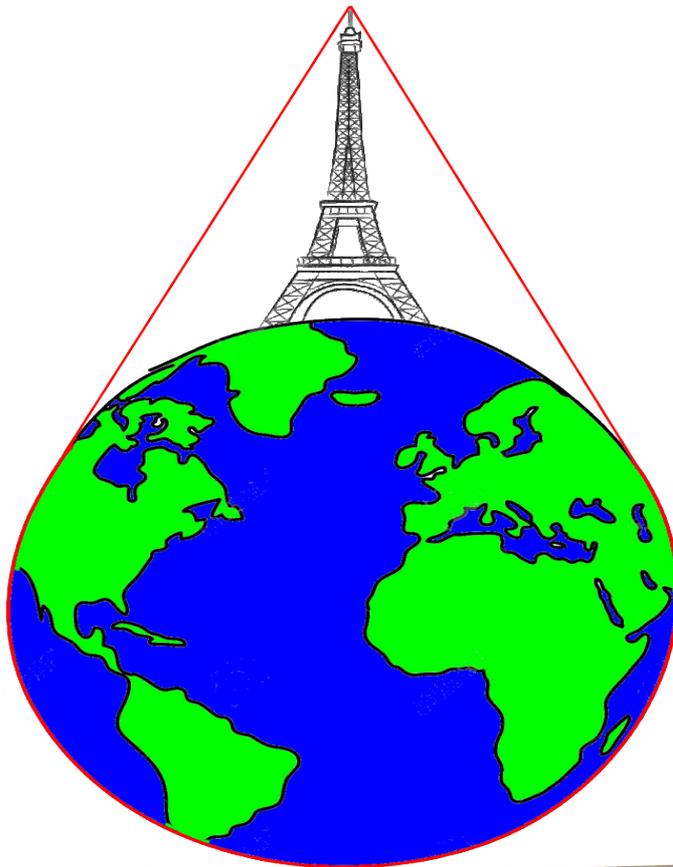
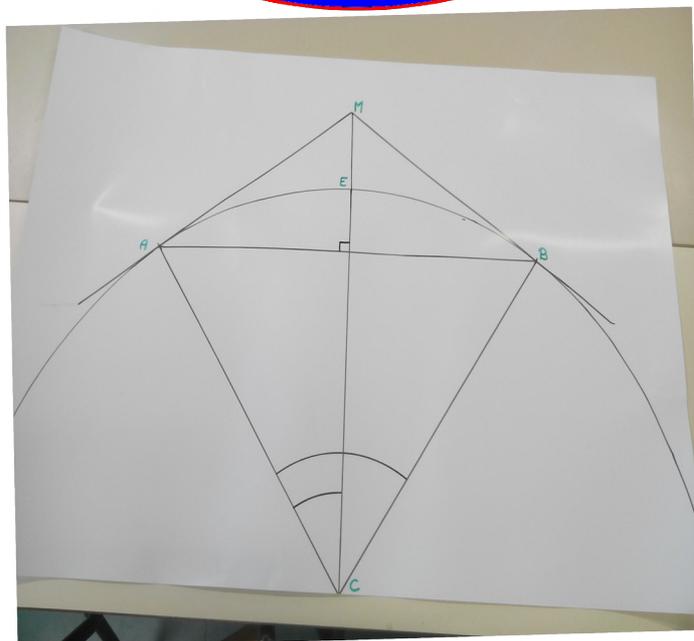


Schéma :



Nous calculons la longueur de la corde de la Tour Eiffel à l'endroit où elle touche la Terre. [3] Nous utiliserons le Théorème de Pythagore car notre droite (MA) est tangente au cercle et qu'une tangente à un cercle est perpendiculaire à son rayon.

Le triangle CAM est rectangle en A. Son hypoténuse est [CM] donc d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$CM^2 = AC^2 + AM^2$$

$$6\,371,324^2 = 6\,371^2 + AM^2$$

$$40\,593\,769,51 = 40\,589\,641 + AM^2$$

$$AM^2 = 40\,593\,769,51 - 40\,589\,641$$

$$AM^2 = 4\,128,51$$

$$AM = \sqrt{4\,128,51}$$

$$AM \approx 64,2\,534\,824$$

La longueur de corde entre la Tour Eiffel et la Terre est d'environ 64,2 534 824 km.

$$64,2\,534\,824 \times 2 = 128,5\,069\,648$$

La longueur de la corde entre la Tour Eiffel et la Terre est de 128,5 069 648 km.

$$\cos \widehat{ACM} = \frac{6\,371}{6\,371,324}$$

$$\widehat{ACM} \approx 0,5\,778\,260\,676$$

L'angle \widehat{ACM} mesure environ $0,58^\circ$

$$2 \times 0,5\,778\,260\,676 = 1,155\,652\,135$$

L'angle \widehat{ACB} mesure $1,155\,652\,135^\circ$

Le pourcentage de l'angle \widehat{ACB} :

$$\frac{1,155\,652\,135 \times 100}{360} = 0,3\,210\,144\,819$$

Le pourcentage de l'angle est de 0,3 210 144 819 %

Le pourcentage de l'arc de cercle qui ne touchera pas la corde : [4]

$$\frac{40\,030,17359 \times 0,321\,014\,481\,9}{100} = 128,5\,026\,544$$

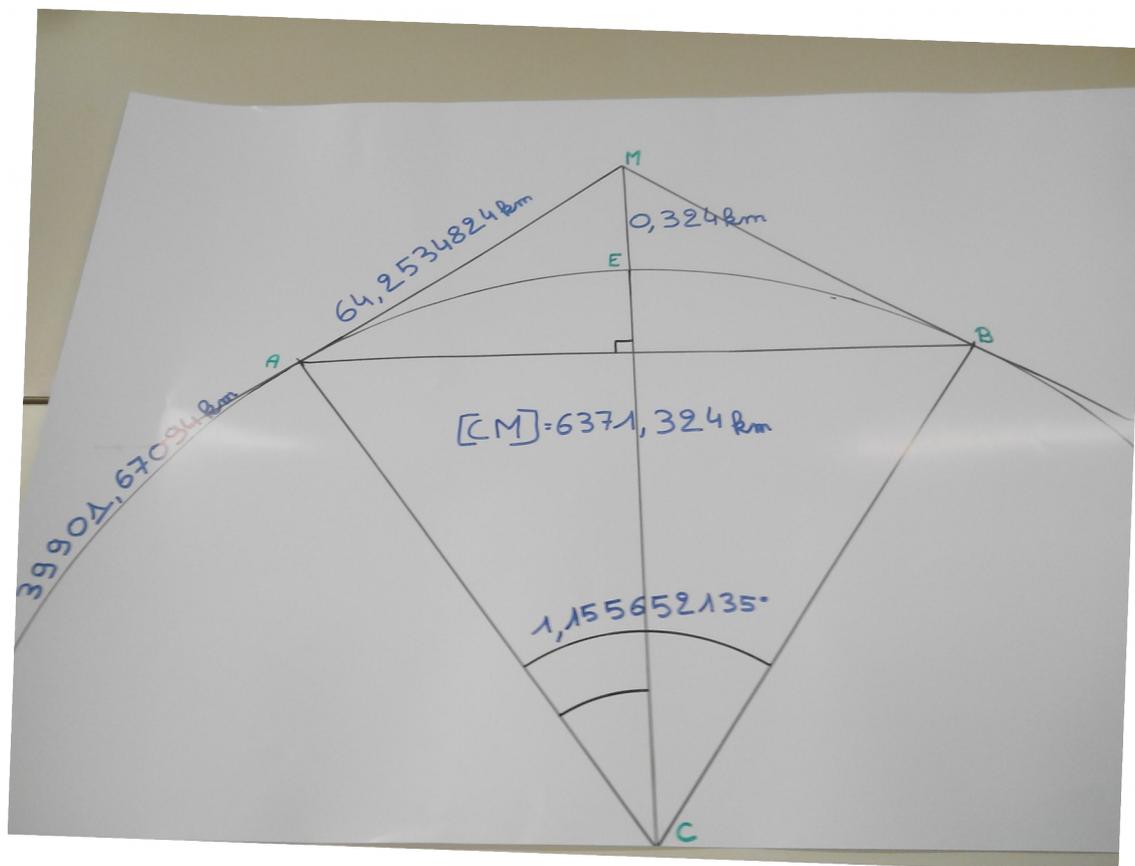
L'arc du cercle non touché par la corde est de 128,5 026 544 km.

$$40\,030,17\,359 - 128,5\,026\,544 = 39\,901,67\,094$$

Le reste de ma corde est de 39 901,67 094 km.

$$39\,901,67\,094 + 128,5\,069\,648 = 4030,1\,779$$

La corde avec la Tour Eiffel est de 40 030,1 779 km



$$40\,030,1\,779 - 40\,030,17\,359 = 0,00431$$

$$0,00\,431\text{ km} = 4,31\text{m}$$

Conclusion : Nous rajoutons 4,31m de corde.

Notes d'édition :

(1) On veut que le chat puisse passer à n'importe quel endroit sous la corde. On recherche donc à savoir si, en rajoutant un mètre au périmètre de la terre, on obtient un cercle dont le rayon a au moins 10cm de plus que celui de la terre.

(2) Augmenter le périmètre d'un cercle d'une longueur L revient à augmenter son rayon de $L/2\pi$.

(3) C'est à dire la longueur AM. Les longueurs sont exprimées en km. Précisons que les valeurs calculées sont des valeurs approchées, même si cela n'est pas toujours dit.

(4) Ici, ce n'est pas un pourcentage, mais la longueur de l'arc de cercle. D'ailleurs l'utilisation de pourcentages n'était pas vraiment utile ici (on a multiplié, puis divisé par 100 !). Il s'agit plus simplement d'un calcul de proportions.