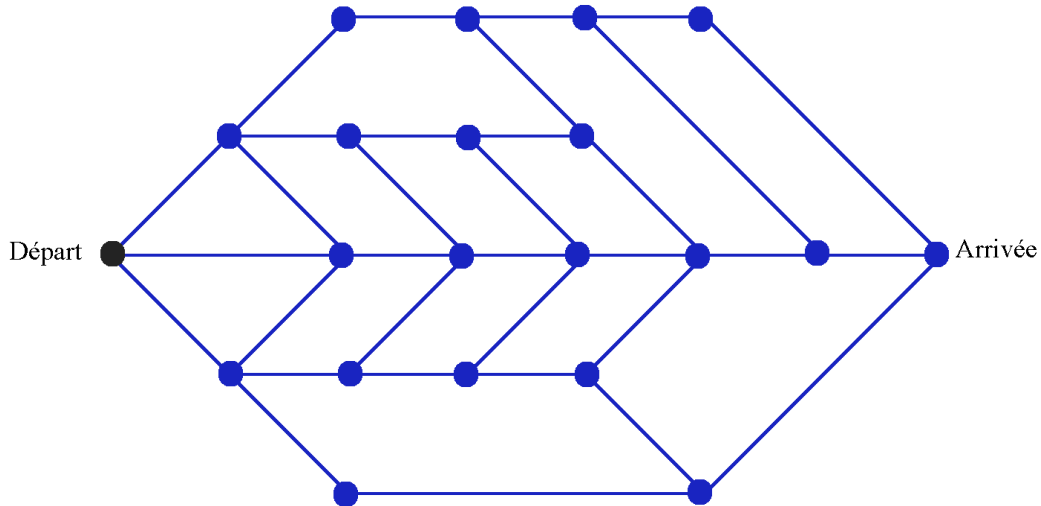


## Des jeux qu'on peut comprendre parfaitement.

(Sujet proposé par J.-P. Delahaye)

On se donne le graphe et un pion noir placé sur la case départ.



Il y a deux joueurs qui jouent à tour de rôle et ne peuvent pas passer leur tour. Quand un joueur doit jouer il avance le pion noir vers la droite sur un emplacement bleu en suivant l'un des arcs du graphe. Certaines cases bleues donnent accès à plusieurs cases bleues, d'autres ne laissent pas de choix. Le joueur qui pousse le pion sur la case *Arrivée* a gagné.

Jouer à ce jeu quelques parties. Repérer les cases qu'il faut éviter d'occuper, et les cases où au contraire c'est bien de se rendre.

### Question A

L'un des joueurs (celui qui commence, ou celui qui joue en second) est certain de gagner. Lequel ? Quelle méthode de jeu doit-il utiliser ?

Imaginez que le pion noir est placé au départ sur une case au hasard et que c'est à vous de jouer à partir de cette position. Quelles sont les cases qui vous permettent de gagner avec certitude (cases gagnantes, G) et quelles sont les cases qui font que votre adversaire gagnera avec certitude s'il joue bien (cases perdantes, P) ?

Déterminer pour chaque case du graphe si elle est G ou P.

### Question B

On change les règles. Maintenant le joueur qui pousse le pion sur la case *Arrivée* a perdu. Quel est maintenant le joueur qui est certain de gagner et

quelle est la méthode de jeu qu'il doit utiliser ? Déterminer comme précédemment les cases G et P pour ce nouveau jeu.

### **Question C**

On change encore les règles. Quand un joueur doit jouer, il avance vers la droite deux fois de suite le pion noir. Il se peut qu'un joueur ne puisse plus jouer, auquel cas la partie sera nulle. Trouver le joueur gagnant (s'il y en a un) et sa méthode de jeu quand le gagnant est celui qui pousse son pion sur la case *Arrivée* ? Il se peut maintenant qu'aucun des joueurs ne soit certain de gagner et que si les deux joueurs jouent bien alors la partie soit toujours nulle. Est-ce le cas ? Dans un tel cas on dit alors que la case de départ est nulle, N.

Comme précédemment déterminer pour chaque case du graphe si elle est G, P ou N.

### **Question D**

Mêmes questions quand celui qui pousse son pion sur la case *Arrivée* est perdant.

### **Question E**

Généraliser en considérant un graphe quelconque différent (où il n'y a pas de difficulté à comprendre ce que veut dire "vers la droite"). Comment faut-il faire pour trouver la bonne méthode de jeu, et obtenir le marquage G, P, N des cases ?