# Mots variés et mots circulaires

Comme nous sommes mathématiciens, le sens des mots ne nous intéresse pas et on considère que tout mot est acceptable (même s'il n'a pas de sens).

**Question 1**

Le nombre de mots de 3 lettres qu'on peut faire si on dispose d'un alphabet de 2 lettres **a b** est 8, car on peut faire les mots **aa ab ba bb**.

Trouver combien de mots de 2 lettres on peut faire avec un alphabet de 3 lettres **a b c**.

Généralisez en trouvant le nombre de mots de $k$ lettres qu'on peut faire avec un alphabet de $m$ lettres.

Traitez soigneusement des cas particuliers jusqu'à deviner la réponse. Présentez vos essais sous la forme de tableaux bien rangés. Proposez une justification de la réponse

**Question 2**

On s'intéresse maintenant aux mots qu'on peut trouver dans un autre mot.

Exemple : Les mots de trois lettres qu'on peut trouver (en prenant des lettres qui se suivent) dans **bonbon** sont : **bon onb nbo**

Il y en a trois.

Les mots de trois lettres qu'on peut trouver dans **cerise** sont :

**cer eri ris ise**

Il y en a quatre.

Combien de mots de 3 lettres peut-on trouver au plus dans un mot de longueur 5.

Même question avec la longueur 6, puis avec la longueur 7.

Traitez le cas général. On supposera que l'on dispose d'autant de lettres différentes qu'on le souhaite (et non pas seulement de 26 lettres différentes). Il faut donc trouver combien de mots différents de $p$ lettres on peut trouver au plus dans un mot de longueur $k$.

Donnez des exemples et justifiez votre raisonnement.

**Question 3**

On suppose maintenant qu'on ne dispose que de deux lettres **a** et **b.** Combien de mots différents de 2 lettres peut-on trouver au plus dans un mot de longueur 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc.

Même chose en considérant des mots de longueur 3 (au lieu de 2).

Même chose en considérant des mots de longueur 4 (au lieu de 2). Réfléchir au cas général.

**Question 4**

On considère maintenant que les mots sont écrits circulairement : leurs lettres sont écrites sur un bracelet circulaire et donc les mots n'ont pas de début ni de fin (car le début rejoint la fin).

De ce fait, le mot circulaire **abc** est le même que le mot circulaire **bca** (si on les écrits sur des bracelets en espaçant également les lettres, on ne pourra pas distinguer les deux bracelets). Pour ne pas les confondre avec les mots usuels, on souligne les mots circulaires. On peut donc écrire :

**abc = bca = cab**

Trouver combien on peut faire de mots différents de longueur 3 avec les 4 lettres **a**, **b**, **c**, **d** ?

Même question avec 5 lettres.

Essayez de généraliser (combien de mots différents de longueur ***k***, avec ***p*** lettres différentes disponibles).

Traitez des cas particuliers en faisant soigneusement des listes.

**Question 5**

On considère des mots circulaires (comme dans la question précédente). On ne dispose que de deux lettres différentes **a** et **b.**

On cherche un mot circulaire de longueur 4 qui contient les 4 mots de deux lettres **aa ab ba aa.**

Cela existe et le mot circulaire **aabb** convient car on y trouve bien **aa ab bb** et **ba** (le dernier **b** sur le bracelet **aabb** est suivi de **a**).

Trouvez (s'il y en a) tous les mots circulaires différents qui conviennent sans écrire deux fois le même mot circulaire (n'oublions pas que dans le cas des mots circulaires **aabb = abba = bbaa = baab**)

**Question 6**

Trouvez de la même façon un mot circulaire de longueur 8 qui contient tous les mots possibles de longueur 3 (il y a 8 mots possibles de longueur 3 avec les lettres **a** et **b** qui sont **aaa aab aba abb baa bab bba bbb**).

Essayez de trouver tous les mots circulaires de longueur 8 qui conviennent (toujours en évitant d'écrire deux fois le même mot).

**Question 7**

Trouvez de la même façon un mot circulaire de longueur 16 qui contient tous les mots possibles de longueur 4 (il y a 16 mots possibles de longueur 4 avec les lettres **a** et **b**)

### Question 8

Reprendre les questions 5, 6 et 7 en considérant cette fois qu'on dispose de 3 lettres **a b c**