

Étude d'un système dynamique discret

Chercheur : **Thierry Dubois**

Laboratoire de Mathématiques Blaise Pascal

Bâtiment de Mathématiques, Bureau 127

Tél. : 04 73 40 77 06 - Mél. : Thierry.Dubois@uca.fr

Soit un nombre réel x_0 compris en 0 et 1.

Soit un nombre réel r compris entre 0 et 4.

On définit une suite de nombres réels $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$ par la formule suivante :

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n).$$

La formule précédente permet de calculer x_{n+1} si on connaît x_n . De cette façon, partant de x_0 , on peut calculer x_1 puis x_2 et ainsi de suite. L'objectif de ce sujet est d'étudier, en fonction de x_0 et de r , le comportement des suites obtenues $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$

Pour vous aider dans votre travail, vous pourrez utiliser des représentations graphiques des suites, c'est-à-dire dessiner dans le plan la courbe obtenue en joignant, pour une suite $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$, les couples $(0, x_0)$, $(1, x_1)$, $(2, x_2)$, \dots .

Quelques exemples de questions pour guider votre travail de recherche :

1. On comprend assez rapidement que les valeurs obtenues sont toujours dans un intervalle $[0, 1]$. Peut-on démontrer que pour tout n , $x_n \in [0, 1]$.
2. Comment peut-on caractériser les suites obtenues (valeurs limites, courbes oscillantes, \dots) ?
3. Peut-on écrire un programme informatique qui en fonction de x_0 et r calcule les suites et trace les courbes les représentant ?