

Sujet 2 : Réseaux électriques et optimisation des connexions

Problématique

Lorsqu'on veut alimenter plusieurs villes en électricité, il faut installer des lignes à haute tension pour relier les centrales aux villes. Ces lignes coûtent cher à construire : plus elles sont longues, plus le coût est élevé.

L'objectif est donc de construire un **réseau électrique** :

- qui relie toutes les villes entre elles (ou à une centrale) ;
- qui minimise la longueur totale des câbles ;
- et qui reste fonctionnel même si certaines lignes tombent en panne.

Question centrale : Comment relier plusieurs villes par des lignes électriques de manière efficace, fiable et économique ?

Questions de recherche

1. Définitions graphes et choisissez le nombre de ville que vous pouvez changer.

2. **Construire un réseau minimal.**

Comment relier toutes les villes en utilisant le moins de câble possible ? Peut-on trouver une méthode systématique pour obtenir le **réseau électrique minimal** ? (→ Notion d'*arbre couvrant minimal*.)

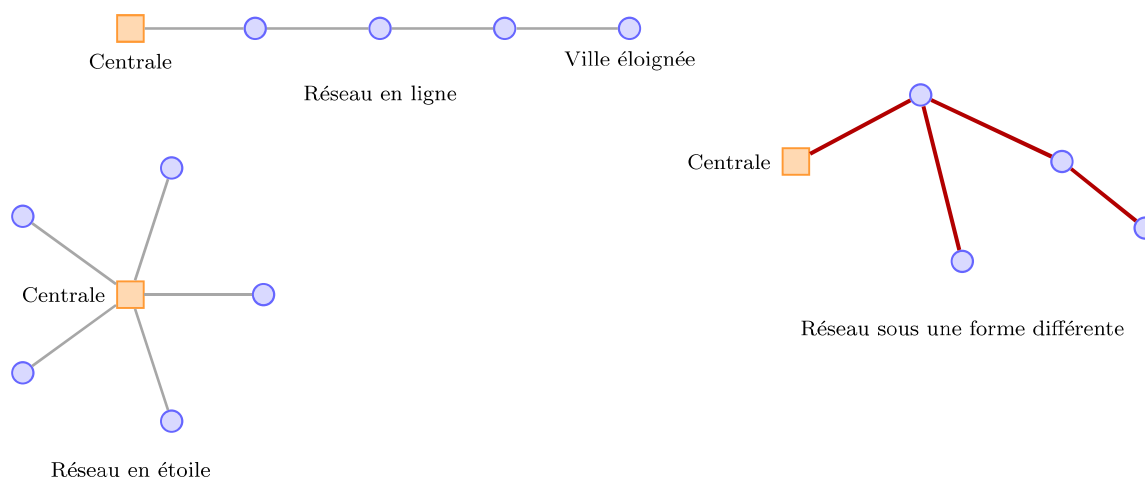


Figure 2: Trois configurations possibles pour relier des villes : ligne, étoile et réseau optimisé (arbre couvrant minimal).

3. **Comparer plusieurs formes de réseaux.**

Quelle différence entre un réseau en ligne, un réseau en étoile, ou un réseau où toutes les villes sont reliées entre elles ? Quels sont les avantages ou les risques (coût, redondance, pannes) ?

4. **Rendre le réseau plus robuste.**

Si une ligne est coupée, le réseau reste-t-il alimenté ? Peut-on ajouter une ligne “de secours” pour éviter les coupures tout en gardant un coût raisonnable ?

5. **Hiérarchie et priorités.**

Si certaines villes sont plus grandes ou consomment plus d’énergie, faut-il leur donner un rôle particulier dans le réseau (par exemple, être des “nœuds centraux”) ?

6. **Simulation informatique.**

Peut-on écrire un programme Python pour :

- représenter les villes et les lignes électriques sous forme de graphe ;
- calculer la longueur totale des câbles ;
- trouver automatiquement la configuration la plus économique ?

Notions mathématiques mobilisées

- Théorie des graphes : sommets, arêtes, distance, arbre couvrant, connexité ;
- Optimisation : recherche du réseau de longueur minimale ;
- Géométrie plane et calculs de distance entre points ;
- Programmation Python : graphes, boucles, structures de données, algorithmes de Kruskal ou de Prim.

Références et pistes

- Tutoriel Python pour les graphes : [NetworkX – Python Graph Library](#) ;
- Ressource pédagogique : [Mathigon – Graph Theory](#) ;
- R. Trudeau, *Introduction à la théorie des graphes*, Presses de l’Université Laval ;
- Vidéos explicatives sur les réseaux électriques et les algorithmes d’optimisation (YouTube, Wikipédia).