

Sujet 4 : Comment une maladie se propage ?

Problématique

Lors d'une épidémie, certaines personnes tombent malades, d'autres guérissent, et d'autres encore ne sont jamais touchées. Mais pourquoi une maladie se propage-t-elle très vite dans certains cas, et s'éteint rapidement dans d'autres ?

Les scientifiques utilisent pour cela un modèle simple appelé **modèle SIR** :

- **S** : les personnes saines (susceptibles) qui peuvent attraper la maladie ;
- **I** : les personnes infectées, qui peuvent la transmettre ;
- **R** : les personnes rétablies ou immunisées, qui ne la transmettent plus.

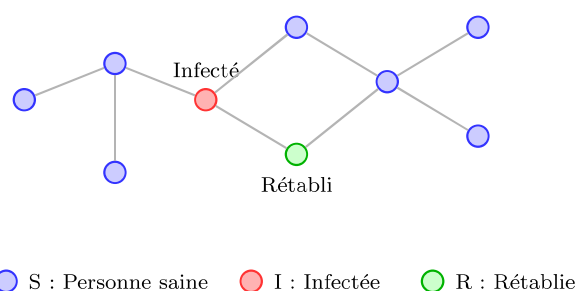


Figure 4: Modèle SIR sur un réseau de contacts : la maladie se propage d'une personne infectée (rouge) à ses voisines (bleues), puis elles deviennent rétablies (vertes).

Dans ce modèle, la maladie se propage par contact entre personnes. Mais dans la réalité, chacun n'est pas en contact avec tout le monde : les individus sont reliés par des **réseaux de contacts** (famille, amis, école, travail, etc.). La forme de ce réseau influence fortement la propagation.

Question centrale : Comment la forme du réseau de contacts influence-t-elle la vitesse et l'ampleur de la propagation d'une maladie ?

Questions de recherche

1. Découvrir le modèle SIR.

Comment passe-t-on de S à I, puis de I à R ? Que représentent les paramètres (taux de transmission, taux de guérison) ? Peut-on faire une simulation simple avec python pour voir ?

2. Observer différents réseaux de contacts.

Que se passe-t-il si chaque personne est en contact :

- avec tout le monde (réseau complet) ;
- seulement avec ses voisins (graphe en ligne ou en cercle) ;
- ou avec quelques "amis centraux" (graphe en étoile) ?

3. Comparer les vitesses de propagation.

Dans quels réseaux la maladie se propage le plus vite ? Dans lesquels s'éteint-elle plus rapidement ?

4. **Chercher le rôle des personnes clés.**

Si certaines personnes ont beaucoup de contacts, jouent-elles un rôle plus important dans la diffusion ? Peut-on les identifier sur un graphe ?

5. **Imaginer des stratégies de prévention.**

Que se passe-t-il si on “isole” certains sommets (quarantaine, confinement) ou si on “vaccinait” les sommets les plus connectés ? Peut-on ralentir, voire bloquer la propagation ?

Notions mathématiques mobilisées

- Théorie des graphes : sommets, arêtes, distance, voisinage ;
- Équations différentielles et optimisation (Si besoin);
- Raisonnement logique et observation de dynamiques ;
- Programmation avec Python.

Références et pistes

- [Modèle SIR — Wikipédia](#) ;
- Article de vulgarisation : “How networks shape epidemics” (Nature, 2019) ;
- Vidéo : 3Blue1Brown, *Simulating an epidemic* (YouTube) ;
- Cours interactif : [Mathigon – Graph Theory](#).