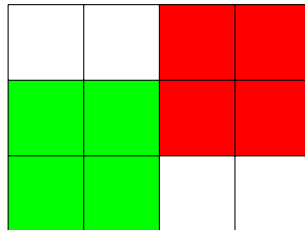


Sujet no 8 : **Le jeu du dernier carreau**

On considère le jeu suivant : deux joueurs jouent sur une grille de  $m$  lignes de  $n$  carreaux. Chaque joueur à son tour choisit un carré de taille  $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  ou plus constitué de carreaux encore blancs, et le colorie de sa couleur.

Le gagnant est celui qui colorie le dernier carreau.

Voici un exemple de début de partie sur une grille de taille 3 par 4 :



Le premier joueur a choisi le carré vert de taille  $2 \times 2$ , puis le deuxième a choisi le carré rouge de taille  $2 \times 2$ . Comment la partie va-t-elle se terminer dans ce cas particulier?

Le problème général est le suivant : en fonction de la taille de la grille, on veut déterminer si l'un des deux joueurs a une stratégie gagnante, c'est à dire une technique de jeu lui permettant de gagner quoi que fasse son adversaire.

Et qu'en est-il si on change la règle du jeu, en décidant que le joueur qui colorie le dernier carreau est le perdant?