

Sujet no 9 : **Un problème de peinture**

On souhaite peindre une bande horizontale constituée d'un certain nombre de cases en utilisant deux pinceaux, de tailles et de couleurs différentes :

- un petit pinceau, qui peint une seule case en vert ;
- un plus gros pinceau, qui peint deux cases voisines en rouge.

Voici un exemple de peinture possible d'une bande constituée de 5 cases :



On se pose les questions suivantes :

- (1) Combien y a-t-il de façons de peindre une bande formée de 1 case, de 2 cases, de 3 cases, ..., de n cases ?
- (2) Même question si on change la taille des pinceaux (par exemple, l'un peint une case et l'autre 3 cases voisines).
- (3) Même question si on prend plus de pinceaux, tous de couleurs différentes (par exemple en ajoutant un pinceau jaune, qui peint 2 cases voisines, ou bien 3 cases voisines).
- (4) Même(s) question(s) si au lieu de peindre une bande, on peint une grille formée de m rangées de n cases.

Voici un exemple de peinture possible d'une grille constituée de 2 rangées de 5 cases (avec les deux pinceaux du début...) :

