

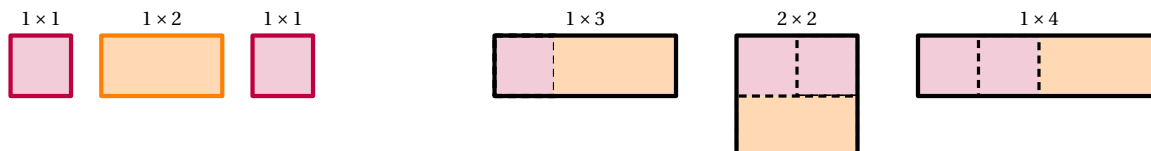
PROBLÈME 1 (PUZZLE MINIMAL DE RECTANGLES)

On souhaite constituer un ensemble de pièces rectangulaires à dimensions entières, *les moins nombreuses possibles*, d'un puzzle permettant de reconstituer les rectangles à dimensions entières.

Une seule pièce de dimensions 1×1 est nécessaire pour reconstituer le plus petit rectangle possible mais si on ajoute une deuxième pièce de dimensions 1×2 , alors on peut reconstituer tous les rectangles dont l'aire est inférieure ou égale à 2 et même inférieure ou égale à 3.



En complétant ce puzzle par une troisième pièce, de dimensions 1×1 , on peut alors construire tout les rectangles dont l'aire est inférieure ou égale à 4 :



... Mais peut-être y a-t-il d'autres possibilités pour continuer ce puzzle ?

Un nombre entier naturel n étant donné, quel est le nombre minimal de pièces d'un tel puzzle, et quelles sont les dimensions de chacune de ses pièces pour pouvoir reconstituer :

1. Au moins un rectangle d'aire égale à chacun des entiers compris entre 1 et n ?
2. Tous les rectangles dont les aires sont des entiers compris entre 1 et n ?