

Les sous-ensembles sans sommes

Sujet :

Un ensemble de nombres sans somme est un ensemble pour lequel la somme de deux de ses nombres est un nombre qui n'est pas dans l'ensemble (on peut ajouter deux fois le même nombre!)

Par exemple,

- L'ensemble $A = \{1; 2; 3\}$ n'est pas sans somme, car la somme $1 + 2$ est 3 qui est dans A .
- L'ensemble $B = \{1; 3\}$ est sans somme, car aucune des sommes de deux de ses nombres n'est dans B : $1 + 3 = 4 \notin B$, mais aussi $1 + 1 = 2 \notin B$ et $3 + 3 = 6 \notin B$

Y a-t-il une quantité minimum de nombres à prendre pour pouvoir créer un ensemble sans somme? Pouvez-vous trouver des ensembles de nombres sans sommes de grande taille? Si je vous donne un ensemble E quelconque (pas nécessairement sans somme), quelle est la taille (le nombre d'éléments) du plus grand sous-ensemble de E qui est sans somme?

On commencera sur des exemples pour la troisième question, comme les n premiers entiers naturels pour des valeurs de n d'abord petites.