

Les nombres avec répétitions

J.-P. Delahaye

On va s'intéresser aux nombres entiers avec répétitions, c'est-à-dire de la forme AA ou AAA ou AAAA, etc.

Question 1

On considère d'abord les nombres de la forme AA, c'est-à-dire dont l'écriture en base dix est obtenue en répétant deux fois la même suite de chiffres.

Exemples : 2323, 625625, 97319731, etc.

On les nomme les nombres "doublés".

Combien y a-t-il de nombres doublés à 2 chiffres ?

Combien y a-t-il de nombres doublés à quatre chiffres (attention : 0404 par exemple ne compte pas car il commence par un zéro ce qui n'est pas accepté pour noter un nombre entier) ?

Combien y a-t-il de nombres doublés à six chiffres (attention : 051051 par exemple ne compte pas car il commence par un zéro) ?

Généralisez.

Question 2

Se peut-il qu'un nombre doublé soit un nombre premier ?

Pour répondre étudiez les nombres doublés à deux chiffres (11, 22, 33, ...) et à quatre chiffres (1010, 1111, 1212, 1313, ...) en essayant de les écrire comme des produits de deux nombres entiers.

Pourquoi les nombres doublés à 6 chiffres sont tous multiples de 11 ? (renseignez-vous sur le critère de divisibilité par 11, cela vous aidera)

Généralisez la remarque précédente.

Question 3

On s'intéresse aux nombres triplés, c'est-à-dire de la forme AAA.

Combien y a-t-il de nombres triplés à 3 chiffres, à 6 chiffres, etc.

Pourquoi les nombres triplés sont-ils tous divisibles par 3.

Question 4

Poursuivez l'étude en vous intéressant aux nombres quadruplés (AAAA) aux nombres quintuplés (AAAAA) etc. Recherchez en particulier ceux dont on peut être certain qu'ils sont divisibles par 3 ou par 11.

Question 5

Étudiez les nombres doublés, triplés, etc. quand on calcule non plus en base 10, mais en base 2, 3, 4, etc.

Quelques décompositions en facteurs premiers pouvant être utile.

11= 11
101= 101
1001= 7*11*13
10001= 73*137
100001= 11*9091
1000001= 101*9901
10000001= 11*909091
100000001= 17*5882353
1000000001= 7*11*13*19*52579
10000000001= 101*3541*27961
100000000001= 11*23*4093*8779
1000000000001= 73*137*99990001
10000000000001= 11*859*1058313049
100000000000001= 29*101*281*121499449
1000000000000001= 7*11*13*211*241*9091*2161

111= 3*37
10101= 3*7*13*37
1001001= 3*333667
100010001= 3*7*13*37*9901
10000100001= 3*31*37*2906161
1000001000001= 3*19*333667*52579
100000010000001= 3*37*43*10838689*1933
10000000100000001= 3*7*13*37*99990001*9901
1000000001000000001= 3*757*440334654777631
100000000010000000001= 3*7*13*31*37*211*241*2906161*2161
10000000000100000000001= 3*37*67*1344628210313298373
1000000000001000000000001= 3*19*999999000001*333667*52579
100000000000010000000000001= 3*37*900900900900990990990991
10000000000000100000000000001= 3*7*13*37*43*127*10838689*459691*2689*1933
1000000000000001000000000000001= 3*4185502830133110721*333667*238681

1111= 11*101
1010101= 73*101*137
1001001001= 7*11*13*101*9901
1000100010001= 17*73*137*5882353
1000010000100001= 11*101*3541*9091*27961
1000001000001000001= 73*101*137*99990001*9901
1000000100000010000001= 11*29*101*281*121499449*909091
1000000010000000100000001= 17*353*449*641*1409*69857*5882353
100000000100000000100000001= 7*11*13*19*101*999999000001*52579*9901
100000000010000000001000000001= 73*101*137*1676321*5964848081*3541*27961
100000000001000000000010000000001= 11*23*89*101*1052788969*1056689261*4093*8779
100000000000100000000000100000000001= 17*73*137*9999999000000001*99990001*5882353
1000000000000100000000000010000000000001=
11*101*521*859*1900381976777332243781*1058313049
1000000000000010000000000000100000000000001=
29*73*101*137*281*127522001020150503761*121499449*7841
1000000000000001000000000000001000000000000001=
7*11*13*61*101*211*241*39526741*4188901*3541*9091*27961*2161*9901