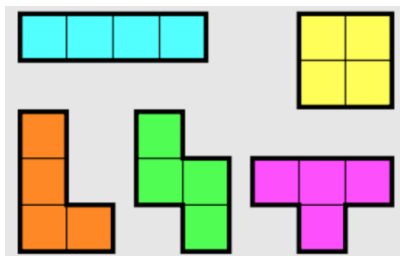


Les polyominos

J.-P. Delahaye

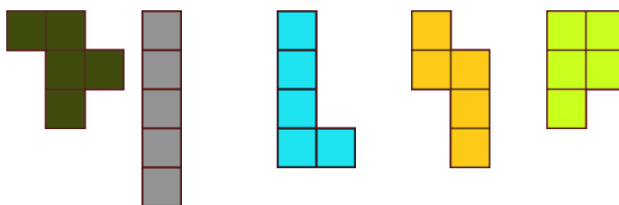
Les polyominos (ou polyminos) sont les formes planes d'un seul tenant, avec ou sans trous, qu'on obtient en collant par leurs côtés un nombre fini de carrés de même taille. On ne compte que pour un seul polyomino deux formes qui se déduisent l'une de l'autre par translation, rotation ou symétrie par rapport à une droite.

Pour que la définition soit bien claire voici à titre d'exemple les cinq polyominos faits avec 4 carrés, les tétraminos :



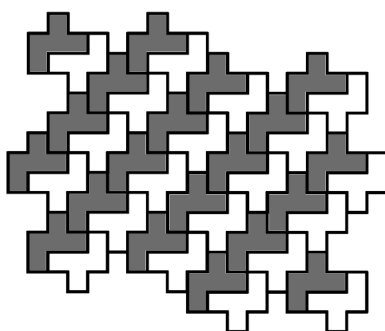
Question 1

Il y a par 12 polyominos faits de cinq carrés et aucun n'a de trou : ce sont les pentaminos. En voici 5. Trouver les 7 autres pentaminos.



Question 2

Certains polyominos peuvent paver le plan. C'est par exemple le cas du premier de la liste au-dessus. On le voit en faisant un dessin comme celui-ci dont il est clair qu'il se prolonge sur tout le plan :

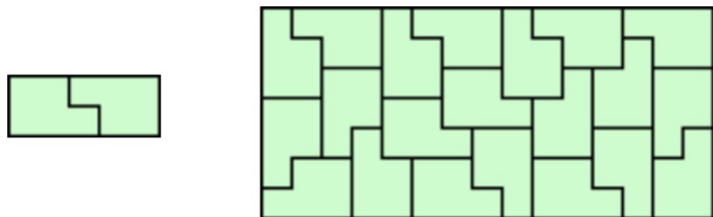


Pour chacun des onze autres pentaminos trouvez comment on peut de la même façon paver le plan. Donnez vos résultats sous forme de dessins.

Pour traiter cette question et la suivante, il sera peut-être utile de fabriquer de nombreux pentaminos dans du carton.

Question 3

Certains polyominos peuvent paver un rectangle. C'est par exemple le cas du dernier de la liste au-dessus dont deux copies donnent un rectangle 2×5 et dont 21 copies donnent un rectangle 7×15 .



Rechercher les pentaminos P qui donnent des rectangles en assemblant nombre pair de copies de P, et ceux qui peuvent donner des rectangles avec un nombre impair de copies (c'est plus difficile).

Question 4

Deux polyominos P1 et P2 sont frères si on peut avec des copies (deux ou plus) de P1 obtenir une forme qu'on peut aussi obtenir avec des copies de P2. Voici deux exemples de paires de pentaminos frères :



Pour chaque paire de pentaminos possible $\{P1, P2\}$ (il y en a 66) cherchez à savoir si P1 et P2 sont frères. Si ce n'est pas le cas démontrez-le. Faire un tableau de résultats.

Question 5

Étudiez les hexaminos (six carrés) de la même façon.