

2 Aire moyenne d'une ombre

La formule donnant l'aire de la surface d'une sphère de rayon r est $4\pi r^2$. Étonnamment, c'est exactement 4 fois l'aire d'un disque de rayon r , c'est-à-dire de l'ombre de la sphère (en supposant une source lumineuse à l'infini, donc les rayons lumineux sont parallèles entre eux et perpendiculaires au sol).

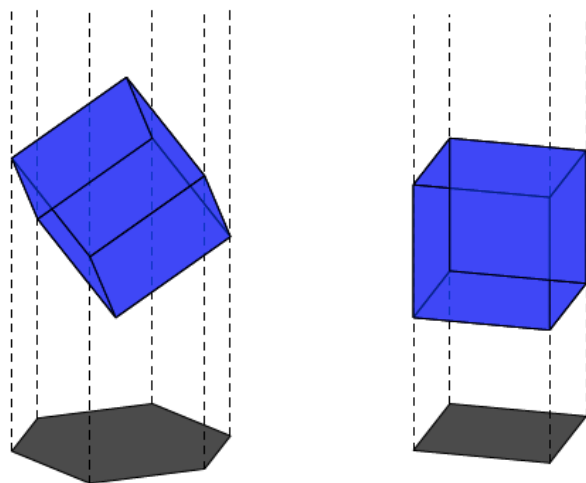


FIGURE 2 – Différentes ombres d'un même cube selon son orientation.

Si on veut faire le même calcul pour d'autres figures, c'est plus compliqué : un cube de côté 1 a une surface de 6, mais l'ombre d'un cube (et donc sa surface) dépend de son orientation. Quelle est l'aire maximale et minimale que l'ombre d'un cube de côté 1 puisse avoir ? Peut-on avoir une formule donnant la surface de l'ombre d'un cube en fonction de son orientation ? En moyenne selon toutes les orientations possibles, quel est le rapport entre la surface d'un cube et celle de son ombre ? Et pour d'autres polyèdres comme un tétraèdre ou un icosaèdre ? Et pour des figures "lisses" comme un cylindre, un cône ou un tore ?