

## 4 Trouver la clé

Il s'agit d'un jeu à trois joueuses et joueurs : une maîtresse du jeu nommée Alice et deux autres joueurs travaillant en équipe nommés Bob et Carole. Alice dispose de 3 boîtes indiscernables, immobiles et chacune est éclairée par une lumière soit bleue, soit rouge. Les boîtes sont initialement ouvertes, et Alice dépose une clé dans une des boîtes. Voici une disposition des boîtes possible.



Cette configuration initiale (éclairage des boîtes et position de la clé) est choisie au hasard ou délibérément par Alice, en présence de Bob qui assiste à cette mise en place du jeu, mais sans Carole. Bob a ensuite le choix de changer ou non la couleur de l'éclairage d'une et d'une seule boîte. Dans cet exemple, il a changé la couleur de l'éclairage de la deuxième boîte.



Toutes les boîtes sont ensuite fermées (la clé n'est donc plus visible), Alice et Bob sortent de la pièce, et Carole entre en scène. Elle doit trouver la position de la clé sans pouvoir communiquer ni interagir avec quoi que ce soit.



Les trois joueurs connaissent les règles du jeu avant que celui-ci ne commence, et Bob et Carole peuvent élaborer des stratégies. Ils n'ont cependant plus le droit de communiquer après que le jeu ait commencé.

Trouver une stratégie que Bob et Carole puissent adopter afin de gagner à coup sûr. Que se passe-t-il si on change les règles du jeu et que Bob ait maintenant l'obligation de changer la couleur de l'éclairage d'une boîte ? Dans ce nouveau cas, peut-on trouver une stratégie gagnante avec quatre boîtes au lieu de trois ? Et avec 16 boîtes disposées dans un carré  $4 \times 4$  ?