

Sujet 7 : Évitions l'équerre « L »

On appelle escalier une succession de piles de cubes, qui sont de plus en plus petites ou de même taille lorsqu'on les parcourt de gauche à droite. On dit qu'un escalier est de taille n si le nombre total de cubes qui le composent vaut n . On appelle équerre tout assemblage en forme de « L » formé à partir

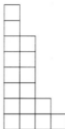


FIGURE 1 – Un escalier de taille 17

d'un cube de départ, de tous ceux situés à sa droite et de tous ceux situés au dessus. On appelle taille de l'équerre le nombre de cubes qu'elle contient. Un escalier est dit k -évitant s'il ne contient aucune

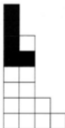


FIGURE 2 – Une équerre de taille 5

équerre de taille k .

1. Combien peut-on construire d'escaliers différents de taille $2, 3, 4, 5, \dots, n$?
2. Existe-t-il toujours des escaliers k -évitant pour $k = 2, 3, 4, \dots$?
3. Combien existe-t-il d'escaliers 2-évitants de taille $3, 4, 5, 6, \dots$? 3-évitants ? ...
4. Existe-t-il des tailles d'escaliers pour lesquelles aucun escalier n'est 2-évitant ? 3-évitant ? ...

On peut aussi définir les escaliers k -fuyants qui sont ceux qui ne contiennent aucune équerre de taille multiple de k et l'on peut se poser des questions similaires pour ces derniers.

Il est possible de se poser de nombreuses questions à propos des escaliers, n'hésitez pas à vous en poser d'autres !