

Sujet 10 : Un jeu haut en couleurs

Sur un quadrillage, on peut jouer au jeu suivant. On commence par colorier le bord d'un rectangle qui contient $m \geq 1$ lignes horizontales et $n \geq 1$ lignes verticales. Chacun son tour chaque joueur colorie le segment non-colorié de leur choix sur la totalité de sa longueur sans jamais repasser sur une partie coloriée. De plus, le premier joueur ne peut colorier que des morceaux de lignes horizontales et le second joueur ne peut colorier que des morceaux de lignes verticales. Le premier joueur qui ne peut plus jouer a perdu. Pouvez-vous trouver une stratégie gagnante à ce jeu ? On pourra commencer par de "petits" rectangles puis passer à des rectangles plus importants.