

1 Les mystères des polyèdres.

Les polyèdres sont des solides formés de **faces planes**, de **segments d'arêtes** et de **sommets**. Par exemple : le cube, le tétraèdre, l'octaèdre, la pyramide ou encore le prisme.

Pour chaque polyèdre, on peut compter :

- le nombre S de **sommets**,
- le nombre A d'**arêtes**,
- le nombre F de **faces**.

Leonhard Euler, un grand mathématicien du XVIII^e siècle, a remarqué une relation étonnante entre ces trois nombres pour tous les polyèdres « simples » (sans trou) :

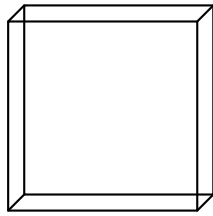
$$S - A + F = 2.$$

Mais pourquoi ? Et est-ce toujours vrai ?

Questions à explorer :

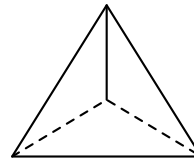
- Vérifie la formule pour différents polyèdres : cube, tétraèdre, octaèdre, prisme, pyramide...
- Trouve un polyèdre pour lequel la formule ne marche pas (si cela est possible).
- Peut-on démontrer rigoureusement la formule ?
- Que se passe-t-il si on « perce » un trou dans un solide (par exemple un cube traversé d'un tunnel) ?

Cube



$$S - A + F = 2?$$

Tétraèdre



$$S - A + F = 2?$$