

# Remplissage d'une fontaine à champagne

## Objet :

On considère une pyramide de coupes de champagne de  $n$  étages. On compte les étages en descendant en partant du haut : l'étage 1, celui tout en haut, a une unique coupe; l'étage 2 a 2 coupes, etc, l'étage  $n$  a  $n$  coupes. On remplit la coupe du haut, qui, une fois pleine, déborde sur les deux coupes situées en-dessous, et ainsi de suite : la pyramide se remplit petit à petit. On suppose que lorsqu'une coupe est pleine, elle déborde de façon équilibrée dans les deux coupes en-dessous d'elle, sans perte. On veut comprendre comment se remplit la pyramide.

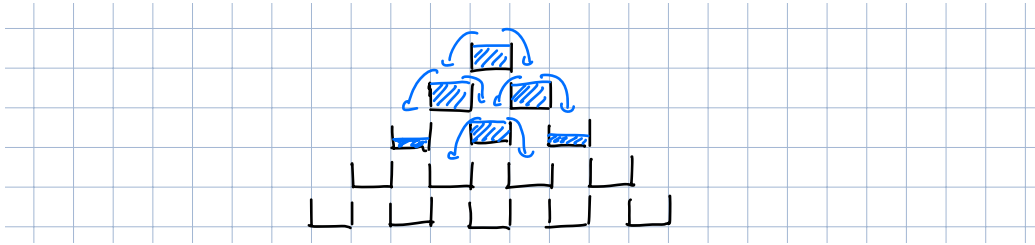


Figure 1: Remplissage de la pyramide après versement du volume de 5 coupes, départ avec la pyramide vide.

On suppose dans la suite que chaque coupe a un volume de 1. En particulier, on peut se poser les questions suivantes :

- On ne part pas d'une pyramide vide : on suppose que toutes les coupes des étages supérieurs de 1 à  $n - 1$  sont pleines. A quelle vitesse se remplissent les différentes coupes du  $n^e$  étage ?
- Quel volume de champagne faut-il verser dans la coupe du haut pour remplir les coupes les plus extérieures de la pyramide, de l'étage 2 ? De l'étage 3 ? De l'étage  $n$  ?
- Peut-on écrire un algorithme qui simule le remplissage ?