Atelier Maths en Jeans 2024-2025

Les nénuphars

Un étang se couvre de nénuphars. Les nénuphars sont des disques avec un centre fixe qui croissent tous à la même vitesse. A partir d'un moment les nénuphars se touchent et se superposent. Des trous apparaissent puis disparaissent .
On voudrait contrôler le nombre de trous.
On suppose qu' un nénuphar est un disque de centre fixé dont le rayon est proportionnel au temps.
Pour 3 nénuphars, y aura-t-il toujours un trou à un certain moment ?
On augmente le nombre de nénuphars, comment varie le nombre de trous ?
Pour une suite de nombres de trous donnée, par exemple (0,1,2,1,0), combien faut-il de nénuphars ?

Coffre aux trésors

Pour ouvrir ce coffre il faut trouver la bonne combinaison : le cadenas est composé de plusieurs roues crantées indépendantes avec le même nombre de numéros. Une seule combinaison ouvre le cadenas, malheureusement si le cadenas affiche deux fois de suite la même combinaison, le coffre se désintègre. Il faut donc trouver la bonne combinaison en passant par toutes les combinaisons une seule fois. Au départ, toutes les roues sont sur 0 (qui n'est pas une combinaison possible). Les roues crantées ne tournent que dans le sens croissant. On peut tourner une roue d'un cran à la fois.
Par exemple si on a 2 roues avec 3 crans numérotés de 0 à 2, on a 9 combinaisons possibles :
Avec 00-01-11-21-22-02-12-10-20 on a réussi, mais avec 00-01-11-21-01on fait désintégrer le coffre.

Si on a 3 roues et 10 numéros peut-on ouvrir le coffre à coup sur ? Sinon combien peut-on tester de combinaisons au maximum ?

Si on a r roues à n crans (numérotées de 0 à n-1) peut-on toujours ouvrir le coffre ?

Si le cadenas se grippe et qu'on ne peut pas tourner une roue deux fois de suite, pourra-t-on ouvrir le coffre ? Sinon combien de combinaisons peut-on tester au maximum ?

Ca se complique : on ne peut pas tourner les d précédentes roues ayant été tournées
Comment faire ?

Pavage de rectangle avec des carrés
et drôles de fractions

Dessinez un rectangle de longueur 17 (cm) et de largeur 10 (cm) et pavez le avec des carrés de coté le plus grand possible. Votre pavage se compose de :
un carré de coté 10, 1 carré de coté 7, 2 carrés de coté 3 et 3 carré de coté 1, soit
17X10 =1x(10x10) + 1x(7x7)+ 2x(3x3) + 3x(1x1).
On retrouve cette décomposition par divisions euclidiennes :
17 = 1x10 + 7
10 = 1x7 + 3
7 = 2x3 + 1
3 = 3x1
En regroupant ces divisions, on peut écrire le quotient
17/10 = 1 + 7/10 = 1 + 1/(10/7) = 1+1/ (1+ 3/7) = 1 + 1/ (1 + (1/(2+1/3)))

Cette fraction s'appelle « fraction continue » du quotient 17/10 . Pour simplifier l'écriture on écrit 17/10 = [1,1,2,3]
Pour chaque quotient d'entiers, on peut toujours utiliser l'algorithme d' Euclide qui s'arrête au bout d'un nombre fini de divisions et on obtient sa fraction continue.
Dans l'exemple les 4 chiffres signifient , géométriquement, qu'on a 1 pavage avec **1** carré de plus grand coté (ici 10) puis **1** carré de coté 7=17-10, puis **2** carrés de coté 3=10-7 et 3 carrés de coté 1=7-2x3.
On peut donc aussi, à partir d'une fraction continue, obtenir un rectangle pavé en carrés et le quotient correspondant.
Prenez deux nombres entiers au hasard et faites le pavage, la décomposition en fraction continue etc....et réciproquement.

Que se passe-t-il si les cotés du rectangle ne donnent pas un quotient d'entier ?
Par exemple si la largeur est 1 et la longueur le nombre d'or ?