

Sujets MATH.en.JEANS

ANNÉE 2025-2026

Sujet 1 (Casiers)

Un habitué de la piscine y va toutes les semaines. Cependant, cette fois, il a complètement oublié son numéro de casier. Il se place au bout du couloir qui contient les 1024 casiers de la piscine rangés dans l'ordre croissant et ouvre le casier numéro 1 puis alterne entre ouvrir et sauter les casiers jusqu'à arriver à l'autre bout du couloir. Ensuite, il change de direction et ouvre le premier casier fermé qu'il croise puis alterne entre ouvrir et sauter les casiers fermés jusqu'à revenir là où il a commencé. Il répète ce procédé pour retrouver son casier. Quel est son numéro de casier sachant qu'il ne le retrouve que jusqu'à la toute fin ? Autrement dit quel est le numéro du dernier casier s'il les ouvre tous ?

Sujet 2 (Tournoi de Plumfoot)

Le lycée Caroline Aigle organise un tournoi de plumfoot. Chaque équipe joue une autre une seule fois. Une équipe obtient 1 point en cas de victoire, 1/2 en cas d'égalité et 0 en cas de défaite. À la fin du tournoi, on s'aperçoit que toutes les équipes ont récupéré la moitié de leurs points lors des matchs les opposant aux 10 derniers du classement. Par exemple, une équipe ayant 10 points a gagné 5 points en jouant les 10 derniers. Quel était le nombre d'équipes dans le tournoi ?

Sujet 3 (Pile de copies)

Un professeur de mathématiques a beaucoup de copies à corriger. Il les a rassemblées dans une seule pile au début. Pour les regrouper en plus petites piles, il peut enlever des copies du haut d'une pile A et les mettre dans la pile B qui est directement à droite de A si A contient $k \geq 2$ copies de plus que B. Une pile qui n'a pas encore été entamée est une pile avec 0 copies. On appelle configuration finale une configuration où le professeur ne peut plus déplacer de copies. Suivant le nombre initial de copies, est-ce qu'il y a une seule configuration finale possible ?

Sujet 4 (Autour de la suite de Fibonacci)

On considère la suite définie par $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ avec $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$.
A quelle(s) condition(s) sur a et b la suite (u_n) converge-t-elle ?
On pourra étudier le cas où $a = 0,2$ et $b = 0,8$ pour commencer.

Sujet 5 (Approximation de π par la méthode de Buffon)

On considère une chambre, dont le parquet est formé de lames parallèles. On laisse tomber une aiguille sur le plancher. Quelle est la probabilité pour que celle-ci tombe sur l'une des rainures séparant les lames du parquet ?

https://sorciersdesalem.math.cnrs.fr/Pi_par_hasard/buffon.html

Sujet 6 (Une histoire de couloir)

On considère un couloir infini avec une jonction à angle droit.

1. Quel segment de longueur maximale peut on déplacer dans un couloir de largeur ℓ fixé ?
2. Étudier la situation si l'angle de jonction est quelconque (entre 1° et 179°) ?
3. Étudier la situation si les deux morceaux de couloirs n'ont pas la même largeur ?
4. Étudier la situation si la jonction est arrondi (on imagine un coude de tuyau d'eau) ?

Sujet 7 (L'éponge de Menger)

Étudier le volume et l'aire d'une éponge de Menger en fonction du nombre d'itération de cet objet fractal.

Sujet 8 (Le jeu de la vie)

Étudier les structures stables de 6 cellules ou moins du jeu de la vie de Conway.
Pour ces structures, peut-on déterminer les situations antécédentes à $t - 1$?

Sujet 9 (Le jeu de S.O.S.)

Le jeu de S.O.S. se joue à deux joueurs. Ils disposent d'une grille linéaire constituée de n cases. Chaque joueur à son tour inscrit dans la case vide de son choix l'une des deux lettres S ou O. Celui qui, au moment où il inscrit sa lettre, forme la suite SOS a gagné. Suivant la longueur n , le premier ou le second joueur peut être sûr de gagner, s'il joue bien ; pour d'autres valeurs de n deux joueurs qui jouent bien tous les deux sont certains d'arriver à une situation nulle. Il s'agit d'analyser ce jeu, et de décrire les stratégies optimales.

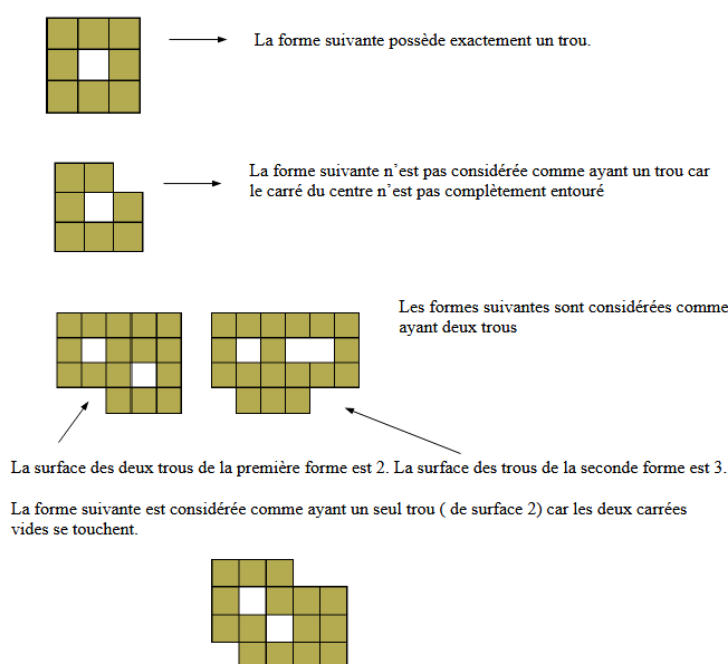
Sujet 10 (Une histoire de chapeaux colorés)

Pour éviter de devoir relire les 20 copies de ses élèves lors du dernier contrôle un professeur décide de proposer un jeu à ses élèves. Tous les élèves seront en cercle dans la salle de classe avec un chapeau sur la tête. Chaque élève peut voir le chapeau sur la tête des autres mais pas le sien (il n'y a pas de miroir ni de reflet nul part). Chaque chapeau est soit vert, soit jaune. Les élèves sont placés en cercle. Chacun leur tour ils ne peuvent dire que le mot "vert" ou "jaune". Le prof donnera alors pour tous la note correspondant au nombre de personnes à avoir donné la couleur du chapeau sur leur tête.

1. Sachant que le prof utilise régulièrement cette méthode, les élèves peuvent se mettre d'accord à l'avance sur une stratégie à adopter pour être sûr d'avoir un maximum de points. D'après vous, y a-t-il une stratégie pour être sûr d'avoir au moins 10 ? au moins 13 ? au moins 19 ? On essaiera de trouver des stratégies qui ne dépendent pas du nombre d'élèves afin que les anciens élèves de ce prof puissent donner leurs astuces aux suivants même s'ils ne sont pas le même nombre.
2. Le prof se rendant compte que les élèves ont de trop bonnes notes décide de passer le nombre de couleurs possibles pour les chapeaux de 2 à 12. Les élèves peuvent-ils continuer d'avoir de très bonnes notes ?

Sujet 11 (Des trous et des carrés !)

On va réfléchir au nombre minimum de pièces carrées nécessaires pour composer une forme ayant exactement un trou ou exactement deux trous ou exactement trois trous ... Pour qu'un trou compte, il faut qu'il soit entouré complètement par des pièces carrées.



1. Dessinez dix formes différentes ayant un seul trou avec le moins de carrés possibles. On ne considère pas comme différentes des formes qui se déduisent l'une de l'autre par rotation ou symétrie.
2. a. Combien faut-il de pièces carrées au minimum pour construire une forme ayant deux trous ? Peut-on trouver plusieurs formes différentes donnant la solution ? Si oui, combien ?
b. Combien faut-il de pièces carrées au minimum pour construire une forme ayant des trous dont la surface est 2 ? Peut-on trouver plusieurs formes différentes donnant la solution ? Si oui, combien ?
3. idem avec 3 trous puis avec une forme ayant des trous de surface 3.
4. idem avec 4 trous puis avec une forme ayant des trous de surface 4.
5. Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1.
 - a. Peut-on trouver une formule donnant le nombre minimum de pièce carrées pour construire une forme à n trous ?
 - b. Peut-on trouver une formule donnant le nombre minimum de pièce carrées pour construire une forme ayant des trous de surface n ?

Sujet 12 (Mastermind)

En combien de coup peut-t-on gagner à coup sûr en fonction du nombre de couleurs et de cases à remplir au jeu du Mastermind ?

Si on a un nombre limité de coups, quelle est la probabilité de gagner selon le nombre de coups disponibles ?

On pourra dans un premier temps résoudre le cas avec 2 couleurs et 5 cases comme dans l'épreuve « Combinaisons » du jeu télévisé Fort-Boyard :

https://o.fortboyard.tv/jeux_blanche/combinaison.php#description