

Seaux et barriques

Comment transvaser des liquides pour doser exactement une quantité voulue ?

Une opération de transvasement consiste à vider partiellement, ou totalement, un récipient en remplissant l'un ou les deux autres à ras bord. (On suppose que l'on ne perd pas une seule goutte au cours d'un transvasement).



« Un marchand de Bagdad qui ravitaillait les caravanes de pèlerins se trouva un jour devant un très difficile problème. Le chef d'une caravane vint le trouver, il désirait se réapprovisionner en vin et en eau. Il avait trois récipients de dix gallons.

Il voulait trois gallons de vin dans l'un, trois gallons d'eau dans le deuxième et un mélange de trois gallons d'eau et de trois gallons de vin dans le troisième, trois gallons d'eau devaient de plus être donnés à chacun de ses treize chameaux.

L'usage oriental étant de vendre l'eau et le vin par nombre pair de gallons, le marchand possédait seulement une mesure de deux gallons et une de quatre.

Néanmoins sans avoir recours à d'autre expédient que des transvasements, notre marchand réussit à satisfaire son client et à réaliser ce difficile partage. Il tirait l'eau d'un fût (63 gallons) et le vin d'une demi-barrique (31 gallons 1/2), toutes deux pleines au début des opérations. En combien de transvasements peut-on réaliser ce tour de force ? »

Ce célèbre et difficile problème est dû à Sam Lloyd (fin XIXe)

Voici deux problèmes bien plus simples

« Une personne a une bouteille de 12 pintes pleine de vin ; elle veut en donner 6 pintes au frère quêteur ; celui-ci n'a pour les mesurer que deux autres bouteilles, l'une de 7 pintes, l'autre de 5. Comment doit-il s'y prendre pour avoir les 6 pintes dans la bouteille de 7 ? »

[E.Fourrey, 1947]

« Deux bons compagnons ont 8 pintes de vin à partager entre eux également, lesquelles sont dans un vase contenant justement 8 pintes, et pour faire leur partage ils n'ont que deux autres vases dont l'un contient 5 pintes et l'autre 3. On demande comment ils pourront partager justement leur vin, en ne se servant que de ces trois vases.»

[Bachet de Méziriac, 1620]

• **Étudier le problème général avec 3 récipients** : « On dispose de trois récipients A, B et C de contenances respectives a, b et c litres (12, 7, 5 chez Fourrey 8, 5, et 3 chez Bachet,). Au départ A est plein, B et C sont vides. Trouver, pour toutes les valeurs x et y données possibles, par quelles opérations successives de transvasement, on peut répartir exactement x litres dans A et y litres dans B. »

• **Pouvez-vous généraliser à 4 récipients ?** Voici un exemple : « Un petit tonneau contient 24 litres de vin qu'on aimerait partager en trois parts égales. On dispose de 3 récipients vides d'une capacité de 5 litres, 11 litres et 13 litres. Décrivez les transvasements à faire jusqu'à ce qu'on ait trois fois 8 litres de vin. » [Tartaglia, XV^e s.]

• **Que pensez-vous du problème de Sam Lloyd à 5 récipients ?**