

Colorier les entiers

Est-il possible, avec deux couleurs (par exemple bleu et rouge), de colorier les entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sans avoir de triplets de la forme $(a, b, a + b)$ de la même couleur ?



Ici $(1, 3, 4)$ rend ce coloriage invalide.

Plus généralement, pour quelles valeurs de l'entier n est-il possible de colorier avec deux couleurs les entiers $1, 2, \dots, n$ sans avoir de triplet de la forme $(a, b, a + b)$ de la même couleur ?

On pourra ensuite se poser les mêmes questions avec une palette de 3 couleurs, puis 4 couleurs, ... et cela devient de plus en plus intéressant !