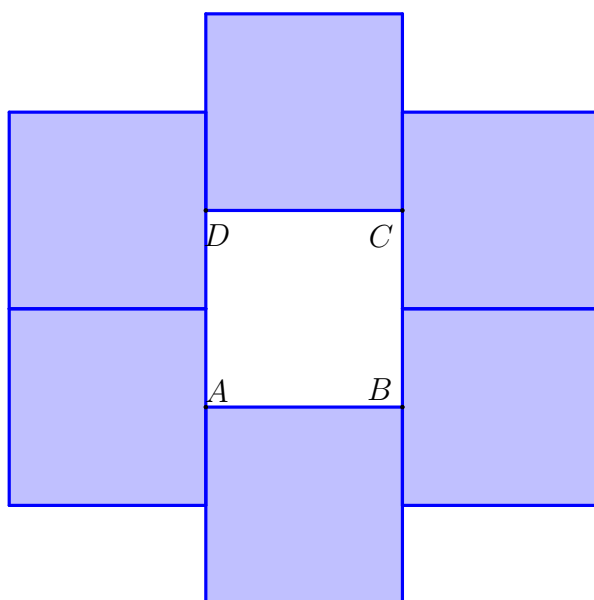


Pour couronner le tout !

Ce sujet de recherche s'intéresse à certaines figures du plan. Plus précisément, vous aurez à trouver et étudier des figures (par exemple des polygones) qui peuvent être entourées par un certain nombre de fois elles-mêmes.

1 Couronne d'une figure du plan

Il est clair que tout carré peut être entouré par une série de six exemplaires de lui-même, comme le montre la figure ci-dessous avec le carré $ABCD$:



On dira que l'on a réalisé une *couronne à 6 éléments* autour du carré $ABCD$.

Voici deux premières questions.

- Est-il possible d'entourer un carré par une couronne d'une forme différente ? par une couronne (d'épaisseur non nulle) ayant moins de 6 carrés ?
- Plus généralement, peut-on entourer un rectangle par une couronne de rectangles identiques au premier ?

Un polygone ou une figure du plan P étant donné, on appelle *nombre de couronne*, que l'on note C , le nombre minimum d'éléments P qu'il faut pour entourer P d'une couronne (d'épaisseur non nulle). S'il n'est pas possible d'entourer P par une couronne, on dira que P n'a pas de nombre de couronne.

- Déterminez le nombre de couronne du carré. Est-il égal à celui du rectangle ?
- Tout quadrilatère admet-il un nombre de couronne ?
- Tout triangle admet-il un nombre de couronne ? et tout polygone du plan ?
- Pouvez-vous trouver des polygones admettant un nombre de couronne de 6 ? 5 ? 4 ? 3 ? ...

2 Plusieurs couronnes

Dans un deuxième temps, on considère des polygones ou des figures du plan qui peuvent être entourés d'une couronne, dont il est possible d'entourer cette dernière d'une seconde couronne, voire d'une troisième, d'une quatrième, etc.

- Est-il possible d'entourer un carré de deux couronnes ? de trois couronnes ? d'un nombre quelconque de couronnes ?
- Même question avec un rectangle.

Un polygone (ou une figure du plan) P étant donné, on appelle *nombre H de P* le nombre maximal de couronnes successives dont il est possible d'entourer P . Par exemple, dans le cas où il est possible d'entourer P de 2 couronnes successives mais pas de 3, on aura $H = 2$. Si on peut entourer P d'un nombre arbitrairement grand de couronnes successives, on dira que H est infini ($H = \infty$).

- Quel est le nombre H d'un carré ?
- Quel est le nombre H d'un rectangle ?
- Existe-t-il un polygone tel que $H = 1$? $H = 2$?

Vous pourrez étudier la dernière question à l'aide des figures représentées ci-dessous.

