

# Format d'une feuille de papier

On se donne une feuille de papier de forme rectangulaire. On note  $L$  sa longueur et  $l$  sa largeur. On appelle ensuite format de la feuille de papier le rapport

$$\rho = \frac{L}{l}.$$

Que peut-on dire sur les dimensions de deux feuilles rectangulaires de même format ?

## ***Premier exemple***

1/ Si on coupe une feuille A4 en deux, on retrouve deux feuilles rectangulaires de même format que la feuille A4. Quel est ce format ? Et pour les feuilles A3 et A5 ?

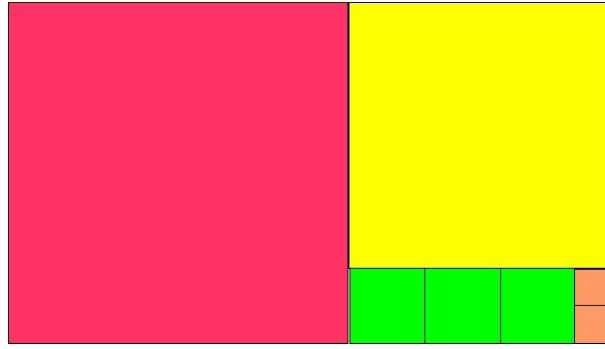
## ***Second exemple***

2/ Si on retire à un rectangle d'or le plus grand carré possible, on obtient un rectangle de même format que la feuille initiale. Quel est le format d'une feuille qui a la forme d'un rectangle d'or ?

## ***Troisième exemple***

A présent, on considère les feuilles de forme rectangulaire dont le format est un nombre rationnel.

Par exemple, on suppose que  $\rho = \frac{16}{9}$ . On choisit une unité de longueur, puis on construit un rectangle de longueur  $L = 16$  et de largeur  $l = 9$ . On peut alors associer à un tel format la configuration suivante :



On enlève au premier rectangle des carrés de longueur de côté  $l$  (ici, un seul carré qui est de longueur de côté 9). On obtient un second rectangle (ici de taille  $9 \times 7$ ) à qui on applique de nouveau l'algorithme. On obtient ensuite le carré jaune de longueur de côté 7, puis les trois carrés verts de côté 2 et enfin, les deux carrés pêches de côté 1. On obtient ainsi le code (1 ; 1 ; 3 ; 2).

3/ Comment trouver le code quand on a la fraction de départ ?

4/ Comment retrouver le format à partir du code ?

5/ Comment comparer deux fractions à partir de leur code ?

### ***Cas général***

6/ Comment généraliser le découpage précédent au format irrationnel ? Dans ce cas, le découpage se termine-t-il ?

7/ Dédurre de l'algorithme précédent un encadrement de  $\pi$  par deux nombres rationnels. En faire de même pour chacun des formats obtenus en 1/ et 2/.