

Sujet A : un jeu de cartes arithmétique

Deux joueurs s'affrontent lors d'une partie de cartes.

On se donne un entier n (au moins égal à 3). On place sur une table n cartes numérotées de 1 à n .

A tour de rôle, chaque joueur prend une des cartes encore présentes sur la table, en respectant deux règles :

règle 1 : le premier joueur doit prendre une carte qui porte un nombre pair ;

règle 2 : si un joueur prend la carte sur laquelle est inscrite le nombre k , l'autre joueur doit prendre une carte sur laquelle est écrit un nombre qui est soit un multiple, soit un diviseur de k . Le joueur qui ne peut plus prendre de carte en respectant ces règles perd la partie.

Le problème est de savoir quel joueur a une stratégie qui lui permet de gagner systématiquement.

On peut commencer par étudier ce jeu lorsque n est assez petit et constater que la réponse dépend de la valeur de n .

Puis on peut passer à des valeurs plus grandes de n (suggestion : $n = 40$, puis $n = 100$).