

La machine à mots (C/L)

Une enseignante de français amatrice d'informatique a créé une *machine à mots*, notée $\langle -, - \rangle$. Cette machine prend deux mots du dictionnaire (sans accent) et va parcourir chaque lettre du mot de gauche à tour de rôle. Pour chacune de ces lettres, la machine l'imprime à chaque fois qu'elle se retrouve dans le mot de droite. Par exemple,

$$\langle arc, ara \rangle \longrightarrow aar, \quad \langle Dijon, mot \rangle \longrightarrow o, \quad \langle velo, voiture \rangle \longrightarrow veo, \quad \langle arc, bebe \rangle \longrightarrow .$$

Notons que la machine n'imprime rien s'il n'y a pas de lettre commune.

- 1.a) Commençons par mettre le même mot à gauche et à droite de la machine.
Que pouvons-nous obtenir ? Sous quelle condition retrouve-t-on le même mot ?
- 1.b) Peut-on obtenir n'importe quel mot du dictionnaire avec la machine ?

Un ami de notre enseignante lui fait remarquer que plusieurs civilisations d'Afrique et du moyen-orient ont développé un système d'écriture allant de la droite vers la gauche. Il lui demande donc de construire une *machine inversée* $\langle -, - \rangle_{inv}$ qui suit les mêmes règles, mais en parcourant le mot de droite en allant de la droite vers la gauche. Par exemple,

$$\langle velo, voiture \rangle_{inv} \longrightarrow eov, \quad \langle bouteille, bebe \rangle_{inv} \longrightarrow eebeeb.$$

Attention, la machine imprime toujours les lettres de gauche à droite !

- 2) Que pouvons-nous répondre aux 2 questions précédentes pour la machine inversée ?

Plus tard, l'enseignante et son ami modifient la machine inversée pour qu'elle imprime les lettres de droite à gauche, ce qu'ils notent $[-, -]$.

- 3) Avec cette troisième machine $[-, -]$, y a-t-il des combinaisons de mots qui donnent le même résultat que si on les mettait dans la première machine $\langle -, - \rangle$?
Et dans $\langle -, - \rangle_{inv}$?

En expliquant sa création auprès d'un groupe d'informaticiennes et d'informaticiens, l'enseignante a l'idée d'une *machine à doubles mots*. Pour chaque lettre commune aux 2 mots, la nouvelle machine, notée $\{ -, - \}$, va échanger les deux parties des mots qui précèdent cette lettre ; sinon elle ne fait rien. Par exemple,

$$\begin{aligned} \{ Dijon, mot \} &\longrightarrow (mon, Dijot) \\ \{ velo, voiture \} &\longrightarrow (velo, voiture) + (voiturelo, ve) + (vo, veloiture) \\ \{ eleve, cours \} &\longrightarrow (eleve, cours) \end{aligned}$$

- 4.a) Commençons par mettre le même mot à gauche et à droite de la machine.
Qu'est-ce que nous obtenons ?
- 4.b) Quelles paires de mots vont uniquement produire des mots du dictionnaire ?

Pour aller plus loin :

- Que se passe-t-il si l'une de ces machines n'imprime pas une lettre lorsque celle-ci apparaît au moins 2 fois dans l'autre mot ?
- Avez-vous des idées de machines à mots à construire ? Que peuvent-elles faire ?