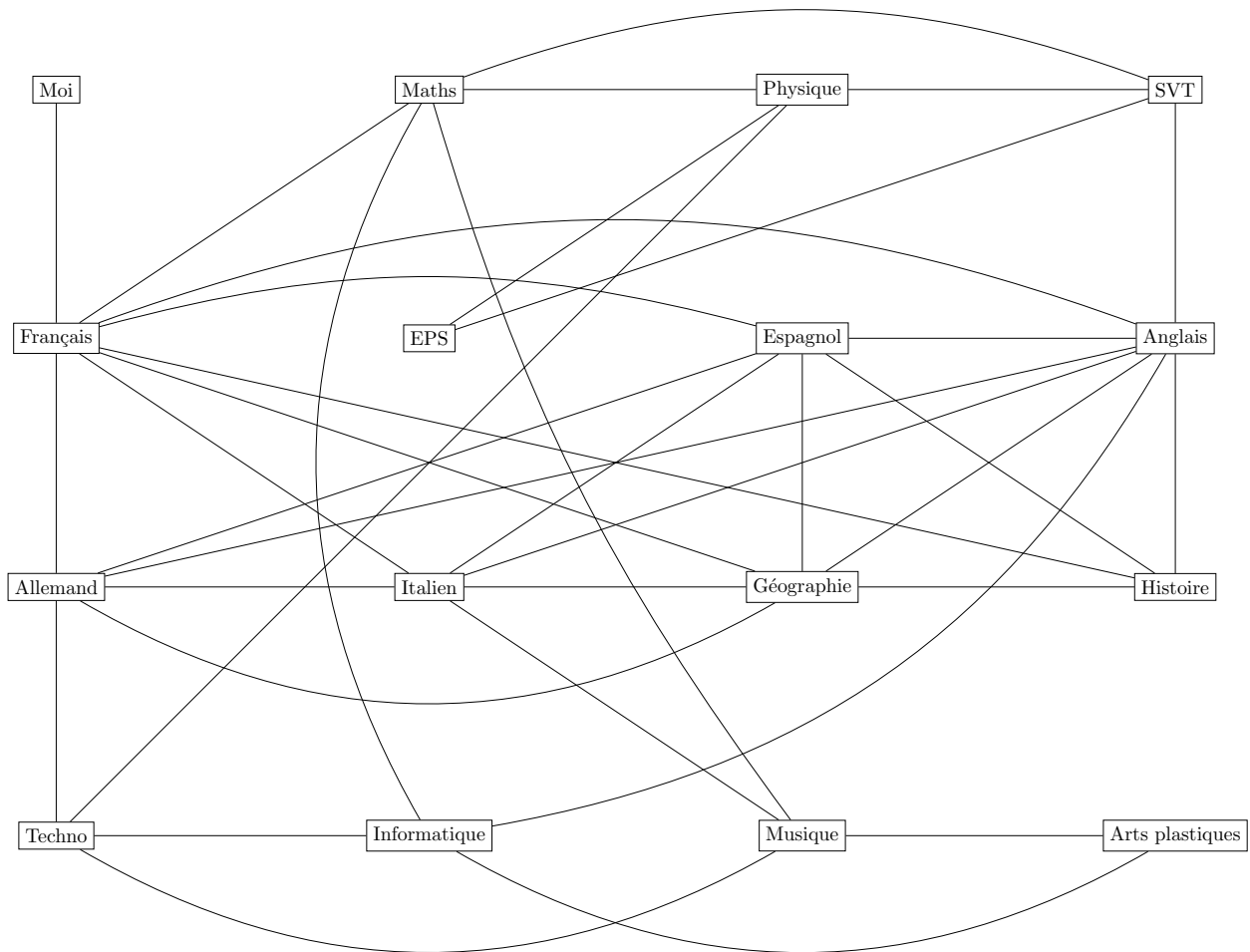


Quelle est ta matière préférée ? (C)

Après de très nombreuses études auprès d'élèves de collèges en France mais aussi de nombreux autres pays, les membres de la *Société Mathématiques de France* ont réussi à produire le document ci-dessous qui permet à chacun et chacune de savoir quelle est sa matière préférée ! Le fonctionnement est assez simple :

- (1) Vous partez de la case "moi" et vous suivez les traits indiqués en les repassant au feutre.
- (2) Vous ne pouvez pas prendre un chemin que vous avez déjà emprunté (chaque trait est éliminé).
- (3) quand vous arrivez sur une case et qu'il reste un chemin qui n'est pas utilisé, vous devez le prendre.
- (4) La case sur laquelle vous vous arrêtez est votre matière préférée.



1.a) Où vous arrêtez-vous ?

1.b) Est-il possible de s'arrêter sur n'importe quelle case ?

Un groupe de collégiennes et de collégiens à l'esprit affûté, bien qu'étant satisfait du résultat, comprend qu'il y a un petit problème avec ce graphe... En effet, en essayant encore, encore et encore, il est impossible d'obtenir, informatique, musique ou techno (pour ne citer que ces 3 choix). Ensemble, leur but est de trouver ce qui cloche en répondant aux questions suivantes :

Peuvent-ils créer un tel graphe (partant de 'moi' avec un seul chemin) avec...

2.a) 3 matières et les 3 choix peuvent être obtenus ? Puis seulement 2 choix ? Puis un unique choix ?

2.b) 4 matières et les 3 choix peuvent être obtenus ? Puis seulement 1,2 ou 3 choix ?

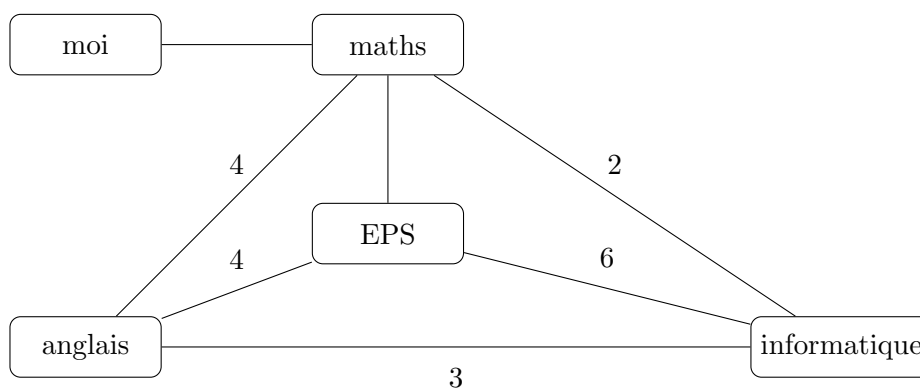
2.c) et pour un nombre arbitraire de matières, avec un nombre arbitraire de choix possibles ?

Ce même groupe se demande ensuite la chose suivante :

Que se passerait-il si emprunter un chemin avait un coût ?

Pour commencer à répondre à cette question, ils dessinent le graphe ci-dessous. Un chemin simple peut être traversé pour un coût de *1 Point*, alors que les chemins avec un nombre indiqué ont un coût égal à ce nombre (par exemple le chemin maths – anglais coûte 4 points). Le fonctionnement pour trouver sa matière préférée est désormais le suivant :

- (1) Vous partez de la case "moi" avec *10 Points*. Vous pouvez prendre n'importe quel chemin, mais vous devez payer sa traversée (*1 Point* pour une arête simple, sinon le nombre indiqué).
- (2) Si vous avez assez de *Points* pour emprunter un chemin, vous devez le faire.
- (3) Il est interdit de repasser en sens inverse par un chemin que l'on vient d'emprunter ; cette règle prend le dessus sur la règle (2).
- (4) La case sur laquelle vous vous arrêtez lorsque vous n'avez plus assez de *Points* pour bouger est votre matière préférée.



3) Où vous arrêtez-vous ? Est-il possible de s'arrêter sur n'importe quelle case ?

4) Répondez à la question 2 pour des graphes avec coût.

5) Choisissez l'une des matières dans le graphe initial. Pouvez-vous ajouter des coûts aux chemins dans ce graphe de sorte que l'on soit sûr de s'arrêter sur la matière choisie ?