

Exercice 1. (Les pivots des Kerguelen) Les hivernants des îles Kerguelen s'ennuient en attendant le retour du *Marion Dufresne*, le navire de ravitaillement. Le chef de district, inquiet de l'engourdissement général, a mis au point un jeu de réflexion pour les occuper. Il a réparti cinq socles en cercle et, sur l'un d'entre eux, a disposé 8 disques de tailles croissantes (de haut en bas, le disque 1, le plus petit, puis le disque 2, etc. jusqu'au disque 8, le plus grand).



Le but du jeu est de transférer cet empilement d'un socle à un autre en respectant une règle. Pour $0 \leq m \leq 8$, on dit qu'un socle sert de *m-pivot* s'il supporte les disques 1 à m répartis par ordre croissant: le disque 1 en haut, puis le disque 2, ..., jusqu'au disque m (et éventuellement d'autres disques en dessous du disque m). On convient que n'importe quel socle sert de *0-pivot*. Chaque mouvement procède ainsi: un *m-pivot* étant fixé, le disque $m + 1$ peut se déplacer en suivant les traits de la Figure 1.



Figure 1: En haut le *m-pivot*, les traits horizontaux indiquent les déplacements possibles du disque $m + 1$.

Est-il possible de transférer un 8-pivot d'un socle à un autre? Ce jeu sera-t-il suffisant pour occuper les hivernants jusqu'au prochain passage du *Marion*?