

## Transmissions de messages

**Objet :** On construit un arbre comme sur la figure : chaque "parent" a le même nombre "d'enfants" (ici, 2, cela pourrait être 3, 4...). On supprime ensuite chaque "arête" du graphe obtenu, avec probabilité  $p$  (chaque arête est supprimée ou conservée indépendamment des autres arêtes); sur la figure, les arêtes noires ont été supprimées, les rouges conservées. Toutes les "feuilles" (ie noeud du graphe situé en haut, qui n'a pas d'"enfant") disposent d'une même information, et chacune envoie un message contenant cette information à son noeud "parent", si l'arête les reliant est conservée. Ensuite, chaque noeud qui a reçu le message procède de même, et envoie le message à son noeud "parent", si l'arête les reliant est conservée; un noeud qui n'a pas reçu de message n'envoie rien. Quelle est la probabilité que la racine reçoive le message ? On peut poser la question autrement : quelle est la probabilité que la racine soit connectée aux feuilles, pour un arbre avec  $n$  générations ?

On peut imaginer que la transmission d'information soit plus difficile : chaque noeud transmet le message à son "parent" seulement s'il a reçu le message au moins deux fois; on se pose alors la même question. Ou encore on peut imaginer que certains noeuds refusent de transmettre l'information. Il y a beaucoup de généralisations possibles.

**Remarques :** Ce sont des probabilités discrètes simples, mais couplées avec une relation de récurrence. Il peut aussi être intéressant et utile de faire quelques expériences numériques.

