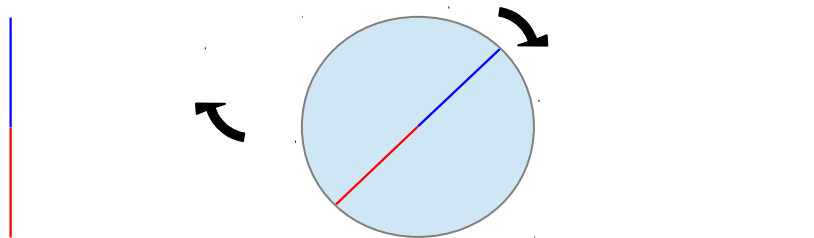


Comment faire faire demi-tour à un robot ?

Sujet MATH.en.JEANS n°1

Stupidity est un petit robot sympathique, d'une belle forme élancée et très fine, et muni de roues omnidirectionnelles. Mais il ne peut pas encore être envoyé à la découverte de l'univers car Stupidity ... ne sait pas faire demi-tour.

« Qu'à cela ne tienne ! » se dirent les chercheurs, brillants cerveaux ayant travaillé d'arrache-pied ces cinq dernières années à la conception de ce bijou technologique. « Nous allons lui apprendre ! Ça ne doit pas être difficile de faire demi-tour ! ». Une journée et une nuit de travail, accompagnés de quelques litres de café, et voilà Stupidity doté d'une nouvelle fonctionnalité : la rétroversion amobile (ou retournement sans changer de place, mais avec de la Science en plus). La rétroversion amobile fonctionne schématiquement comme suit :



a) Position initiale du robot (avant bleu, arrière rouge)

b) Mouvement pour la rétroversion amobile. Le cercle montre l'aire nécessaire au robot pour se retourner avec cette méthode.

c) Position finale du robot

Un stagiaire passant par là, s'arrête devant ce schéma, fronce les sourcils, ouvre la bouche pour dire quelque chose, mais finalement n'ose pas. Un chercheur, sentant sa fibre pédagogique frémir, l'encourage à poser toutes les questions qu'il souhaite, aucune question n'étant idiote, et toute réponse étant une belle occasion d'apprendre. « Ça ne marchera pas s'il est bloqué dans un coin. Il lui faut vraiment autant de place pour faire son demi-tour ? » demande alors le stagiaire. Le chercheur se gratte la tête et lui répond « qu'entends-tu exactement par 'moins de place' ? ». C'est alors qu'un vieux bonhomme en blouse blanche, après avoir un peu ronchonné, prend la parole « Je vous propose de formuler les choses ainsi : le robot est un segment $[AB]$, où A est l'avant et B l'arrière, qui ne peut se déplacer que dans le plan, mais dans toutes les directions. Il nous faut trouver la plus petite aire balayée par ce segment lorsqu'il fait demi-tour, c'est-à-dire lorsqu'il passe d'une position initiale à une position finale dans laquelle les positions des points A et B sont interchangées. ». Le stagiaire fut le premier à réagir : « Je vais faire du café », dit-il.

Pourrez-vous aider ces pauvres chercheurs et trouver le mouvement que fait un segment pour faire demi-tour, de telle manière que l'aire balayée est la plus petite possible, et dire quelle est cette aire ?