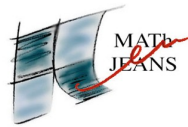


Sujets 25-26 MATH.en.JEANS

Sebourg

François Goichot

octobre 2025



1/ Un dé ou deux ?

Deux joueurs s'affrontent, le vainqueur est celui qui atteindra 42 le premier. Chaque joueur lance des dés à tour de rôle et peut choisir de lancer 1 ou 2 dés. Cependant, il y a certaines subtilités :

- S'il y a exactement un 1 dans votre tirage, votre score n'augmente pas.
- Si vous faites un double 1, votre score retombe à 0.
- Si vous faites un double 6, vous gagnez 12 points et vous jouez à nouveau.
- Dans les autres cas, vous ajoutez le résultat des dés à votre score.

Quelle stratégie permet d'atteindre le plus rapidement 42 ? Quelle stratégie augmente les chances de victoire en fonction du score de l'adversaire ?

2/ La puce savante

Sur la table de multiplication, une puce savante se déplace, en sautant d'une case à une de ses voisines (sur les côtés ou en diagonale). Elle s'amuse à regarder de combien elle augmente, ou diminue en passant ainsi d'une case à l'autre, elle appelle ça la hauteur de son saut ; par exemple, de la case 2×3 à la case 3×4 la hauteur est de 6. Elle s'aperçoit qu'elle peut revenir à son point de départ par une suite de huit sauts telle que les hauteurs soient tous les entiers de 0 à 7, chacun une et une seule fois :

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16

la boucle de la puce

Peut-elle recommencer cet exploit mais avec les entiers de 0 à 4 ? de 0 à 9 ? etc.

3/ Les ensembles sans somme

Un ensemble sans somme est un ensemble de nombres pour lequel la somme de deux quelconques de ses nombres est un nombre qui n'est pas dans l'ensemble ; attention, on peut ajouter deux fois le même nombre. Par exemple,

- L'ensemble $A = \{1, 2, 3\}$ n'est pas sans somme, car la somme $1 + 2$ vaut 3 qui est dans A .
- L'ensemble $B = \{1, 3\}$ est sans somme, car aucune des sommes de deux de ses nombres n'est dans B : $1 + 3 = 4 \notin B$, mais aussi $1 + 1 = 2 \notin B$ et $3 + 3 = 6 \notin B$.

Pouvez-vous trouver un ensemble de 4 nombres sans somme ? de 6 nombres ? etc. Si je vous donne un ensemble E quelconque (pas nécessairement sans somme), quelle est la taille (le nombre d'éléments) du plus grand sous-ensemble de E qui est sans somme ?

4/ Le pionmor

On a un quadrillage régulier de 5 lignes et 6 colonnes. Deux joueurs s'affrontent avec des pions tous identiques. À tour de rôle, chacun place un pion sur un nœud du quadrillage, de façon que trois pions ne soient jamais alignés (ni en ligne, ni en colonne, ni en oblique et pas seulement diagonale). Le premier joueur qui ne peut plus placer de pion a perdu. Quel est le nombre maximum de pions qu'on peut placer ? Y a-t-il une stratégie gagnante ? Et avec d'autres nombres de lignes et de colonnes ?

5/ Le lapin et le chasseur

Un lapin a douze terriers, rangés en ligne droite. Il est caché dans l'un d'eux. Chaque jour, le chasseur fouille un terrier. S'il ne trouve pas le lapin, celui-ci se déplace d'un terrier vers la gauche ou vers la droite.

Combien de temps le lapin peut-il échapper au chasseur ? A-t-il une stratégie pour cela ? Et le chasseur ?

Et si les terriers sont disposés en cercle ? Et s'il y a 2026 terriers ?

