

Sujets des ateliers MATH.en.JEANS – congrès de Perpignan 2014

Un peu de minéralogie.

- Collège Jacques Prévert - Saint Orens
- Collège Jean Jaurès - Castanet

En France et dans certains pays d'Europe une plaque d'immatriculation ressemble à ça : AB-344-CA Combien y en-a-t-il de différentes ? Pour des raisons de similitude entre les caractères, on interdit les lettres O,U et I. Combien reste-t-il de plaques possibles ? Maintenant, pour identifier plus facilement un véhicule, on demande que deux plaques diffèrent toujours d'au moins deux caractères. Désormais, combien peut-on, au maximum, produire de plaques ?

Un peu d'archéologie.

- Collège Jacques Prévert - Saint Orens
- Collège Jean Jaurès – Castanet

Après d'intenses fouilles, l'archéologue Janine Dianos découvre l'entrée d'une caverne fermée par une porte qui possède un mécanisme d'ouverture déclenché par une clé qu'elle possède déjà. Cette clé est en fait un parallélépipède rectangle en bois qui a la forme suivante Il faut insérer cette clé dans un espace creusé dans la porte qui, lui, a la forme suivante Du coup elle est un peu embêtée mais, férue de géométrie, elle constate que les deux ont le même volume. Elle est sauvée, pense-t-elle, elle pourra accéder à la caverne. Mais comment ?

Un peu de musicologie.

- Collège Jacques Prévert - Saint Orens
- Collège Jean Jaurès - Castanet

Un quintette souhaite proposer en concert une expérience musicale un peu originale. Ils veulent réaliser une œuvre dans laquelle chacun joue une seule et même note de son instrument à trois reprises. La partition ne doit contenir que des noires et aucun temps mort. Chaque joueur joue sa note en solo. Les trois notes de chaque joueur doivent être espacées du même temps et pour la richesse de la partition, l'espacement entre les notes doit être différent pour chaque joueur. Pourront-ils composer une telle partition ? Et s'ils voulaient jouer à quatre reprises ? Deux ? Un joueur quitte le groupe, arriveront-ils à composer une partition en quatuor ?

Un peu de cryptographie.

- Collège Jacques Prévert - Saint Orens
- Collège Jean Jaurès - Castanet

Deux grilles constituées de cases noires et blanches. Il faut découvrir le message codé.

Tournoi de carrés latins

- Collège Jean Jaurès – Castanet

Un carré latin de dimension 5 est un tableau carré de 5x5 cases qu'on remplit avec les lettres a, b, c, d et e. Dans chaque ligne et chaque colonne, chaque lettre doit apparaître exactement une fois. Agathe et Emily veulent organiser un tournoi de carrés latins pour dix amis qu'elles ont invités. Elles voudraient en plus que chacun de leurs amis obtienne un carré latin différent. Pas si facile !

Le casse-tête du notaire

- Collège Jean Jaurès - Castanet

Un notaire doit partager un terrain entre des héritiers, de façon équitable bien sûr. Le seul moyen qu'il a de mesurer la surface du terrain est de le quadriller par des carrés de taille fixée. Dans quelles conditions (taille du terrain, nombre d'héritiers) pourra-t-il partager un terrain carré ? un terrain rectangulaire ? ou d'autres formes de terrain ?

Très terre à terre

- Lycée Pierre d Aragon - Muret
- Lycée Jean Pierre Vernant - Pins-Justaret

Un propriétaire voudrait vérifier si la surface de 7a25 donnée par le cadastre pour sa parcelle est correcte. Il en mesure les côtés 40m, 39,87m, 20m et 16m. Et après?

En...voûté

- *Lycée Jean Pierre Vernant - Pins-Justaret*

Dans la région de Toulouse, beaucoup de maisons ont une entrée avec une voûte en brique. Comment dessiner précisément la forme d'une voûte? Et si vous créiez votre propre forme de voûte?

Cycles universels

- *Lycée Pierre Paul Riquet – Saint Orens*
- *Collège Jacques Prévert - Saint Orens*

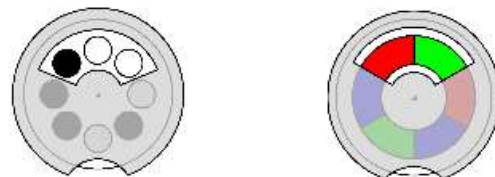
Observez les deux roues à fenêtres.

Celle de gauche a la propriété que chaque combinaison d'une suite de trois pastilles noires ou blanches apparaît une et une seule fois.

Celle de droite a la propriété que qu'apparaissent une et une seule fois toutes les suites de deux couleurs distinctes parmi rouge vert et bleu.

Essayez de trouver un maximum de disques du même genre.

Vous pouvez augmenter la taille de la fenêtre, le nombre de couleurs, choisir d'autres conditions à satisfaire, et même passer en deux dimensions ou plus...



Bookmakers

- *Lycée Pierre Paul Riquet - Saint Orens*

Des équipes numérotées 1 à n participent à un tournoi. Le déroulement est le suivant :

au premier tour, deux équipes s'affrontent. L'équipe gagnante reste et l'équipe perdante est remplacée par la première équipe en attente dans l'ordre numérique (on pratique un ordre cyclique : n^o n suit n^o1). On joue jusqu'à ce qu'une équipe batte toutes les autres *d'affilée*.

Dans le premier tournoi, les n équipes ont des niveaux très différents et l'une bat systématiquement les autres, une de ces autres bat les restantes, etc. Ainsi on sait d'avance qui va gagner, la seule inconnue dans cet ennuyeux tournoi est le nombre de tours que ça prendra.

1. Les numéros des équipes étant choisis au hasard, combien de tours va durer le tournoi, en moyenne ?

2. Sur quel nombre de tours faut-il parier ?

Dans le second tournoi, $n=3$, les équipes ont le même niveau et elles ont une probabilité égale de gagner chaque affrontement, indépendamment de ce qui s'est passé avant. Ça risque de durer longtemps.

3. Une fois les numéros attribués, les chances de victoires sont-elles équiprobables ?

4. Quelle va être la durée moyenne d'un tournoi ? La durée plus probable ?

5. Et si on retire la condition « d'affilée » ?

6. Et pour $n=4$?

Dans le 3e tournoi, il n'y a que trois équipes et 1 bat 2 avec proba $9/10$, 2 bat 3 avec proba $9/10$, 3 bat 1 avec proba $9/10$.

7. Calculer la durée moyenne, la durée la plus probable, la proba de gagner de chaque équipe une fois l'ordre initial tiré.

Découpes de tartes?

- *Lycée Pierre Paul Riquet - St Orens*

Géo a inventé un robot découpeur de tartes. Il est muni d'un tranchoir inamovible et d'un plateau tournant. On y dépose la tarte dans la machine, celle-ci la centre, actionne le tranchoir, ce qui découpe un rayon, puis fait tourner la tarte de l'angle θ , découpe un nouveau rayon, fait tourner la tarte, etc... On peut régler le nombre de coups de tranchoir et l'angle θ avant de lancer la machine.

Géo s'amuse alors à découper au delà du tour complet et remarque que les parts ainsi obtenues ont des tailles différentes.

1. Par exemple il a réussi à régler θ pour obtenir 2 grandes parts et 3 petites. Quelles sont les valeurs de θ qui permettent cela ?

2. Trouver un réglage qui fait 4 tailles différentes.

3. Est-ce que le nombre de parts de chaque taille peut être quelconque ?

Futurama

- *Lycée Pierre Paul Riquet - St Orens*

Futurama est une machine à interchanger 2 esprits. 2 esprits qui ont été interchangés ne peuvent plus l'être. n personnes échangé leurs esprits et voudraient les retrouver.

- Est-ce possible ?
- Combien de personnes suffit-il d'ajouter pour permettre à tous les esprits de retrouver leur place ?

Etendre le linge

- *Collège Bernard de Ventadour-Bagnols sur Cèze*

Vous aidez vos parents à étendre le linge, un drap par exemple, mais vous ne disposez pas de pince à linge...

Sachant qu'un tissu doublé sur un fil met 2 fois plus de temps à sécher qu'un tissu non doublé, quelle est la meilleure façon de vous y prendre pour que le linge soit sec rapidement ?

Et si vous pouvez déplacer le linge sur le fil autant de fois que vous le souhaitez ?

Et dans le cas d'un T-shirt ?

L'arche de Noé

- *Collège Bernard de Ventadour-Bagnols sur Cèze*

Pour monter sur l'arche de Noé, plusieurs passerelles sont installées. Chaque animal sur la berge doit rejoindre les animaux de son espèce, sans que ceux-ci ne soient nécessairement initialement sur la même passerelle...

Deux passerelles verticales peuvent être reliées entre-elles par des planches horizontales.

Lorsqu'un animal commence à courir sur les passerelles, s'il parvient à un croisement avec une planche, il emprunte cette planche avant de poursuivre vers l'arche dès qu'il arrive sur la passerelle suivante.

Comment faire des bracelets brésiliens

- *Collège Bernard de Ventadour- Bagnols sur Cèze*

Comme vous le savez sans doute, les bracelets brésiliens, colorés et décorés ne sont pas des objets qui se tissent, mais des objets qui se nouent! Mais comment décrire mathématiquement le mode de construction d'un bracelet brésilien ?

Qu'est-ce qui définit un modèle de bracelet ?

Comment peut-on échanger avec ses camarades ses motifs préférés ?

Allez l'USAP!

- *Collège François Mitterrand – Toulouges*

Tous les scores sont-ils possibles au rugby ?

Je te connais toi !

- *Collège François Mitterrand – Toulouges*

Est-il vrai que dans une réception deux des invités connaissent toujours exactement le même nombre de personnes parmi les présents ?

Coin-coin !

- *Collège François Mitterrand – Toulouges*

On considère un quadrillage 10×10 par 100 carrés d'un centimètre de côté auquel on retire deux coins : supérieur droit et inférieur gauche. Peut-on alors recouvrir ce qui reste avec des dominos de 2 cm sur 1 cm ?

De la suite dans les idées

- *Collège François Mitterrand – Toulouges*

Est-il vrai que tout nombre entier non nul peut s'écrire comme la somme de nombres figurant dans la suite 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... , chaque nombre ne pouvant être utilisé qu'une fois au plus ?

Je t'en serre cinq !

- *Collège François Mitterrand – Toulouges*
- *Collège Jean Macé - Perpignan*
- *Lycée Arago - Perpignan*

1. Monsieur et Madame Dupont ont récemment organisé une soirée au cours de laquelle ils avaient invité trois autres couples. Un certain nombre de poignées de mains ont été échangées mais personne n'a serré la main de son conjoint, personne n'a serré deux fois la main à la même personne et bien sûr personne ne s'est serré sa propre main ! Après ces échanges de saluts, Monsieur Dupont demande à chaque personne présente, le nombre de poignées de main qu'elle a donné. A sa grande surprise, tout le monde donne une réponse différente. Quel est le nombre de personnes à qui Madame Dupont a serré la main ?

2. A chaque instant, sur la planète, il y a deux sortes de gens, ceux qui depuis leur naissance ont donné un nombre impair de poignées de main et les autres ! Que peut-on dire du nombre de gens appartenant à la première catégorie ?

La secte du 3

- *Collège Jean Macé – Perpignan*

Les adorateurs du nombre 3 vénèrent le nombre $333 \cdot \cdot \cdot 333$ composé du chiffre 3 en 111 exemplaires.

La raison qu'ils invoquent est que la somme des chiffres de son carré est égale à trois fois la somme des chiffres du nombre. Ont-ils raison ? Ce nombre est-il si extraordinaire ?

La confiance règne !

- *Lycée Arago – Perpignan*
- *Collège Jean Macé – Perpignan*

Après avoir ramassé une certaine quantité de noix de coco, cinq marins sur une île déserte décident d'attendre le lendemain pour diviser le tas en parts égales. Pendant la nuit l'un des marins se lève, partage les noix de coco en cinq tas égaux avec un reste d'une noix qu'il jette à un singe qui passait opportunément par là, et après avoir caché sa part, rassemble les tas restants et retourne se coucher. Le second marin fait de même un peu plus tard dans la nuit, ainsi que le troisième, le quatrième et le cinquième. Le matin, le nombre de noix de coco restantes, moins une est encore divisible par 5. Quel est le nombre minimum de noix de coco que pouvait contenir le tas initial ?

Les horizons gagnés

- *Collège Jean Macé – Perpignan*

A quelle distance est l'horizon ?

Passez à la caisse !

- *Lycée Maillol – Perpignan*
- *Lycée Lurçat - Perpignan*

De combien de manières peut-on rendre une somme de n euros en pièces de 1 et 2 euros ? Et si on ajoute des billets de 5 euros ?

Tchou, tchou

- *Lycée Maillol – Perpignan*
- *Lycée Arago – Perpignan*
- *Lycée Lurçat - Perpignan*

Une voie de chemin de fer est absolument rectiligne et plate pendant cinq kilomètres (la courbure de la Terre a été aplanie). Supposons que les deux extrémités restent fixées, on intercale un rail d'un mètre de long au milieu. A quelle hauteur au-dessus du sol le train va-t-il alors passer ?

Échec et maths !

- Lycée Maillol – Perpignan
- Lycée Lurçat - Perpignan

1. On place un cavalier sur chaque case d'un échiquier 7×7 . Est-il possible qu'ils puissent effectuer simultanément un mouvement autorisé ?
2. On place un cavalier sur un échiquier $4 \times n$. Est-il possible, en $4n$ mouvements consécutifs, de visiter chaque case de l'échiquier et de reprendre sa place de départ ?

Miroir, ô miroir, dis moi qui est la plus belle !

- Lycée Maillol – Perpignan
- Lycée Arago – Perpignan
- Lycée Lurçat - Perpignan

12 se regarde dans le miroir et voit 21. Si on les multiplie on obtient 252 qui se voit lui-même dans le miroir. Ce petit miracle se produit-il pour d'autres nombres ? 39 se regarde dans le miroir et voit 93. Si on les additionne on obtient 132 qui voit 231 dans le miroir. Si on les additionne on obtient 363 qui se voit lui-même dans le miroir ! Ce petit miracle se produit-il pour d'autres nombres ?

Une machine d'humeur très changeante

- Lycée Maillol – Perpignan
- Lycée Lurçat - Perpignan

Vous introduisez dans une machine un nombre entre 0 et 1 et réglez un curseur sur une valeur entre 0 et 4. La machine transforme alors votre nombre de la manière suivante : elle lui soustrait son carré, multiplie le résultat par la valeur indiquée par le curseur, affiche le résultat, puis recommence avec cette nouvelle valeur et poursuit ainsi indéfiniment. Quelle est l'influence des valeurs choisies au départ sur le comportement des résultats affichés ?

L'épreuve de vérité

- Lycée Maillol – Perpignan

On voudrait écrire deux tableaux A et B, chacun contenant des affirmations sur le contenu de l'autre et de manière que chacun dise la vérité sur l'autre. Par exemple avec cinq affirmations :

<i>dans B il y a :</i>
α fois le chiffre 1
β fois le chiffre 2
γ fois le chiffre 3
δ fois le chiffre 4
η fois le chiffre 5
tableau A

<i>dans A il y a :</i>
a fois le chiffre 1
b fois le chiffre 2
c fois le chiffre 3
d fois le chiffre 4
e fois le chiffre 5
tableau B

Peut-on trouver des valeurs entre 1 et 5 pour $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, a, b, c, d, e$ de manière à ce que chaque tableau dise la vérité sur l'autre ?

Économie de bitume

- Lycée Maillol – Perpignan
- Lycée Arago – Perpignan
- Lycée Lurçat - Perpignan

Quatre maisons sont situées aux coins d'un carré de côté 1 kilomètre. Quel est le réseau routier permettant de relier ces quatre maisons qui possède la plus courte longueur totale ?