Un bon ascenseur

Année 2022 – 2023

Aymeric Agard, Théo Carcassier, Mélusine Dagois, Marc Desiaume, Salomé Deves, Maïawella Feve, Nassim Ghemid, Emma Nieradzic-Kozic, Maxime Thirot
élèves de Première et de Terminale

Établissement(s) : Lycée Marguerite de Navarre à Bourges

Encadré·es par : Nathalie Herminier, Amélie Roche-Hernandez, Frédéric Brinas, Olivier Créchet

Chercheur·Chercheuse(s) : Benjamin Nguyen, Xavier Bultel, INSA Centre Val de Loire, Laboratoire d'Informatique Fondamentale d'Orléans (LIFO)

1. Présentation du sujet

Un jour, alors que nous étions dans l'ascenseur, nous nous sommes demandés quelles seraient les meilleures algorithmes pour optimiser notre temps d'attente afin d'atteindre l'étage souhaité.

2. Résultats

La meilleure stratégie que nous avons trouvée consiste à faire se diriger l'ascenseur vers l'étage ayant la plus grande importance. L'importance d'un étage est calculée à partir des temps d'attente des personnes souhaitant que l'ascenseur se rende à cet étage en tenant également compte de la distance séparant l'ascenseur de l'étage.

3. Modélisation

Pour calculer les temps d'attente des utilisateurs nous avons modélisé la situation de la façon suivante :

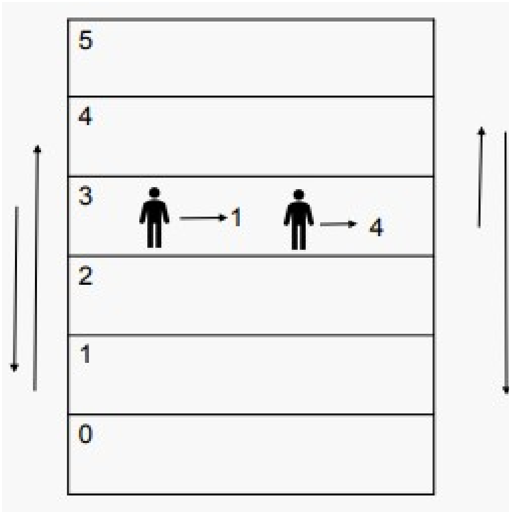
- **une unité de temps est fixée**
- **un mouvement de l'ascenseur entre deux étages voisins, l'ouverture/fermeture des portes, l'entrée/sortie d'une personne correspondent chacun à une unité de temps.**

Nous avons étudié des cas simplifiés pour essayer de dégager nos premières stratégies.

4. Quelques exemples

Nous avons décidé de faire des études de cas pour trouver des pistes de recherche. Chaque personne est notée B_n.

Pemière situation :
L'ascenseur est à l'étage 3. Il contient deux personnes. La première veut aller à l'étage 1 et la deuxième à l'étage 4.

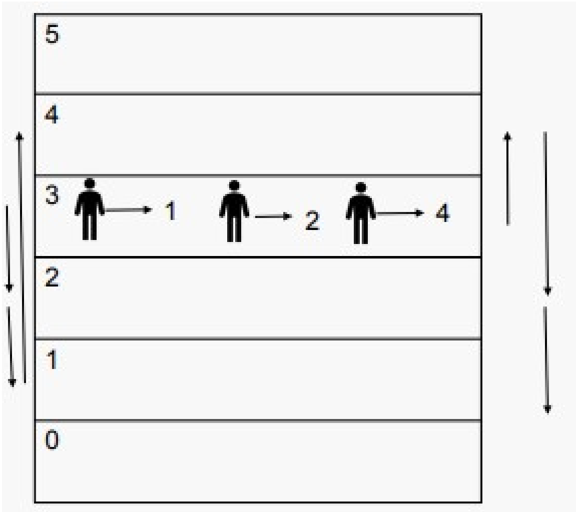


Pour résoudre cette situation, il y a deux possibilités (illustrées par les flèches) :

1. Aller à l'étage 1 ; ouvrir les portes ; faire descendre B_1 ; fermer les portes ; aller à l'étage 4 ; ouvrir les portes ; déposer B_2. Le temps d'attente de B_1 est de 3 unités de temps et celui de B_2 est de 9 unités de temps. Le temps d'attente moyen est de 6 unités de temps.

2. Aller à l'étage 4 ; ouvrir les portes ; faire descendre B_2 ; fermer les portes ; aller à l'étage 1 ; ouvrir les portes ; déposer B_2. Le temps d'attente de B_1 est de 8 unités de temps et celui de B_2 est de 2 unités de temps. Le temps d'attente moyen est de 5 unités de temps.

Deuxième situation :
L'ascenseur est à l'étage 3 et contient 3 personnes. La première veut aller à l'étage 1, la deuxième à l'étage 2 et la troisième à l'étage 4.



Il y a 6 solutions possibles si on souhaite que l'ascenseur aille directement vers les étages demandés (on supprime les mouvements inutiles). Et si on minimise le nombre de changements de directions de l'ascenseur, il y n'a plus que deux possibilités :

1. Aller aux étages 2 puis 1 puis 4 (en déposant à chaque fois les personnes qui veulent aller à l'étage concerné). Le temps d'attente de B_1 est de 6, celui de B_2 est de 2 et celui de B_3 est de 12. La moyenne est de $\frac{20}{3}$.
2. Aller aux étages 4 puis 2 puis 1 (en déposant à chaque fois les personnes qui veulent aller à l'étage concerné.) Le temps d'attente de B_1 est de 11, celui de B_2 est de 7 et celui de B_3 est de 2. La moyenne est de $\frac{20}{3}$.

On remarque qu'on obtient le même temps moyen mais le temps d'attente de la personne qui a le plus attendu est différent. A partir de cette observation, on peut choisir trois facteurs d'étude :

1. Le temps moyen d'attente
2. Le temps d'attente de la personne qui a le plus attendu
3. Le temps d'attente de la personne qui a le moins attendu

Le but est de minimiser chacun des trois facteurs, même si le temps d'attente de la personne qui a le moins attendu ne semble pas intéressant. En effet, une personne peut avoir attendu 1 seule unité de temps et les autres beaucoup plus.

5. Stratégies

Notations

Pour établir des formules mathématiques qui ont pour but de définir comment l'ascenseur va amener les personnes à leur destination, nous avons décidé de quelques notations :

I(e) = importance de l'étage e

P_n(e)= temps d'attente de la personne n qui souhaite que l'ascenseur aille à l'étage e. Soit la personne est dans l'ascenseur et souhaite aller à l'étage e, soit elle est à l'étage e et a appelé l'ascenseur.

d(e) = nombre d'unités de temps que l'ascenseur met à parcourir la distance entre l'étage de départ et l'étage e (correspond au nombre d'étages entre l'ascenseur et l'étage e).

Stratégie n°1

L'ascenseur fait des allers-retours de bas en haut en s'arrêtant quand quelqu'un veut entrer ou sortir.

Stratégie n°2

$$I(e)=P_1(e)+P_2(e)+P_3(e)+\ldots+P_{n-1}(e)+P_n(e)$$

$$I(e)=\sum_{k=1}^{n} P_k(e)$$

Dans cette stratégie, on calcule l'importance de chaque étage e selon la formule ci-dessus. L'ascenseur se dirige vers l'étage qui a l'importance la plus grande en récupérant/déposant les personnes sur son passage.

Stratégie n°3

$$I(e)=P_1(e)+P_2(e)+P_3(e)+\ldots+P_{n-1}(e)+P_n(e)-d(e)$$

$$I(e)=\sum_{k=1}^{n} P_k(e)-d(e)$$

Dans cette stratégie, on calcule l'importance de chaque étage e comme précédemment mais on soustrait la distance séparant l'ascenseur de l'étage e.

Stratégie n°4

$$I(e)=\frac{P_1(e)+P_2(e)+P_3(e)+\ldots+P_{n-1}(e)+P_n(e)}{d(e)}$$

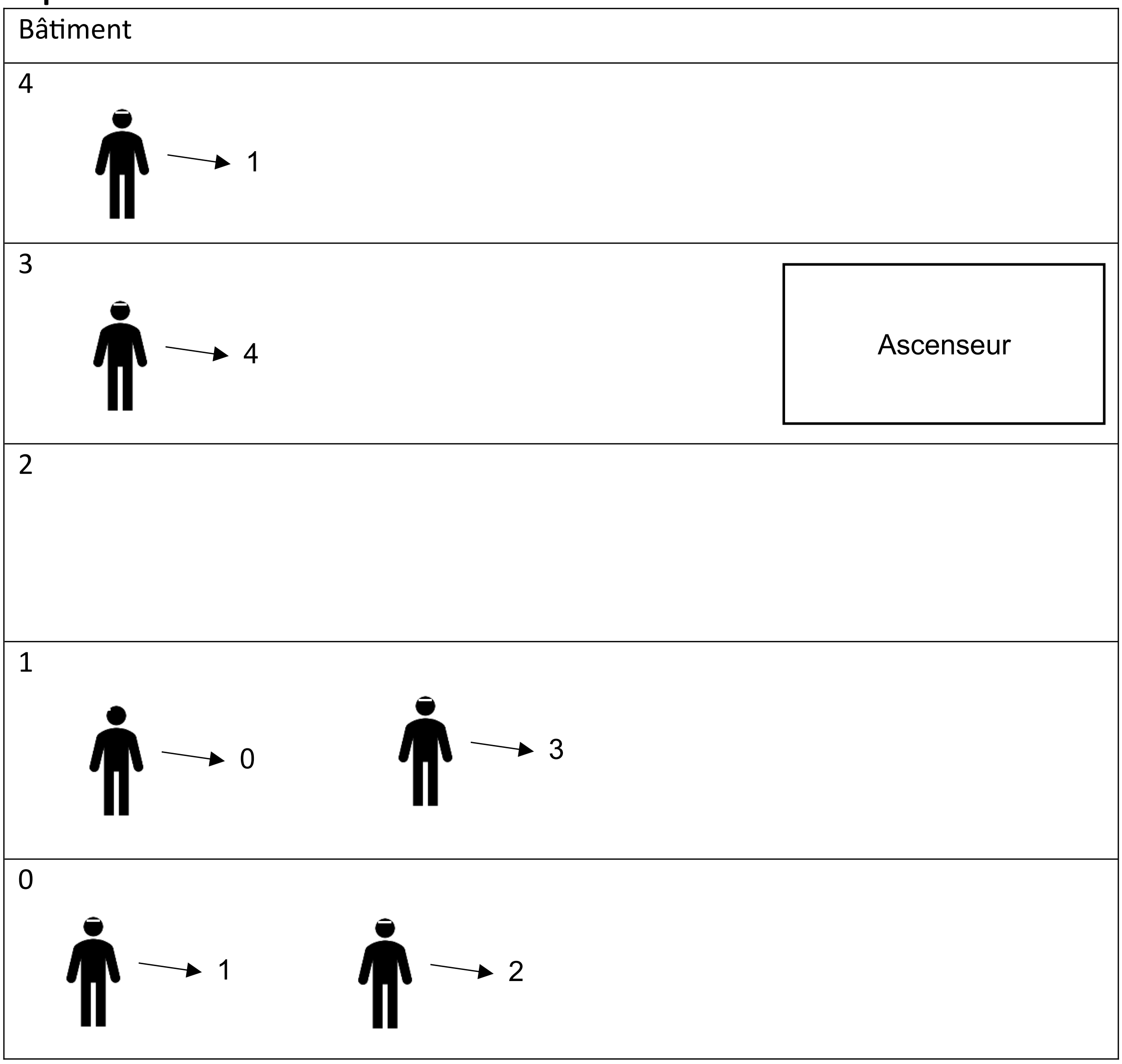
$$I(e)=\frac{\sum_{k=1}^{n} P_k(e)}{d(e)}$$

Dans cette stratégie, on calcule l'importance de chaque étage e selon la formule de la stratégie 3 mais on la divise par la distance séparant l'ascenseur de l'étage e.

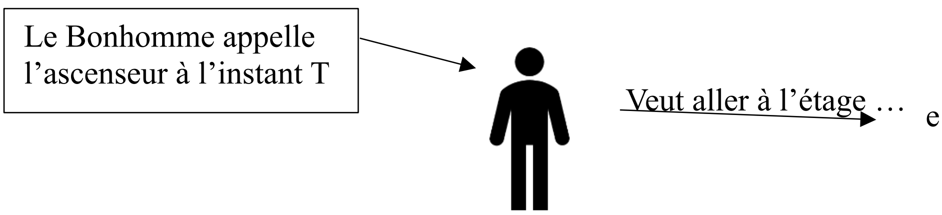
Stratégie n°5

L’ascenseur « obéit » à la personne qui attend depuis le plus longtemps en déposant/récupérant tout le monde sur son passage.

Exemple



Légende :



Résultats :

Temps maximum d'attente de la stratégie 1 = 27 unités
Temps moyen d'attente de la stratégie 1 = 18.8 unités

Temps maximum d'attente de la stratégie 2 = 26 unités
Temps moyen d'attente de la stratégie 2 = 17.8 unités

Temps maximum d'attente de la stratégie 3 = 30 unités
Temps moyen d'attente de la stratégie 3 = 19.0 unités

Temps maximum d'attente de la stratégie 4 = 26 unités
Temps moyen d'attente de la stratégie 4 = 17.8 unités

Temps maximum d'attente de la stratégie 5 = 29 unités
Temps moyen d'attente de la stratégie 5 = 18.8 unités

Sur cet exemple, on constate que les différentes stratégies donnent des résultats, certes proches, mais différents. Si on cherche à classer les résultats des stratégies, on constate que le temps moyen n'est pas suffisant, mais le temps maximal permet de les départager.

6. Simulateurs

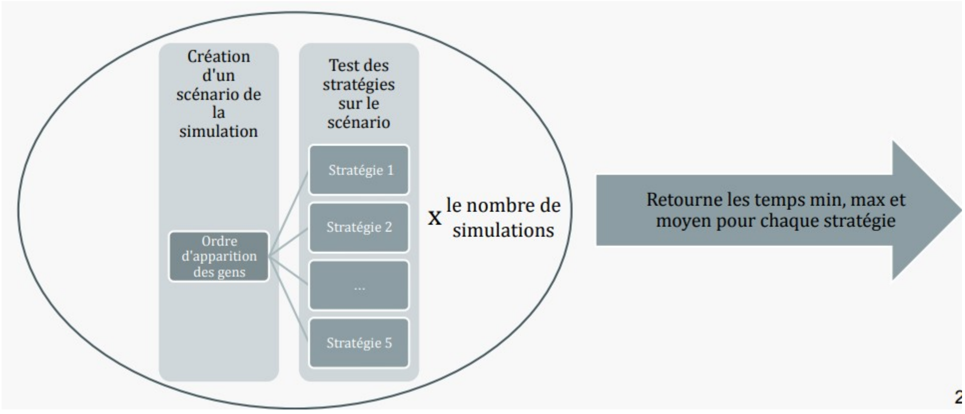
Conventions

Pour tester et comparer les différentes stratégies, nous avons codé divers programmes.
En vue d'informatiser le fonctionnement d'un ascenseur, nous sommes partis du principe que l'ascenseur peut réaliser 4 actions : monter d'un étage, descendre d'un étage, ouvrir/fermer les portes et attendre sur place.
Nous avons défini que plusieurs paramètres pouvaient varier dans une simulation (le programme les demande à l'utilisateur au début) :

- ➔ Le nombre d'étages du bâtiment (que l'on numérote de 0 à n)
- ➔ L'étage de départ de l'ascenseur
- ➔ La capacité de l'ascenseur, c'est-à-dire le nombre maximal de personnes qui peuvent être en même temps dans l'ascenseur
- ➔ La probabilité d'apparition des personnes, il s'agit de la probabilité qu'une nouvelle personne appelle l'ascenseur à chaque action effectuée par ce dernier. Cela correspond à l'affluence.
- ➔ Le nombre de personnes qui apparaissent dans la simulation, ce paramètre permet de déterminer le moment où se termine la simulation : la simulation se terminera quand toutes les personnes auront été amenées là où elles le souhaitent.

Les autres paramètres (étages de départ et d'arrivée des gens) sont déterminés de manière aléatoire par l'ordinateur.

Fonctionnement du programme



Le simulateur fonctionne selon le schéma suivant (voir programme "Simulateur des stratégies" en annexe) :

- ➔ Dans un premier temps on définit le scénario : l'ordinateur défini l'ordre d'apparition des personnes ainsi que l'étage d'où viennent les personnes et celui où elles veulent aller selon les conditions citées précédemment.
- ➔ Ensuite, les différentes stratégies sont testées sur le scénario.
- ➔ On répète ensuite les deux premières étapes (seuls les facteurs aléatoires varient) pour le nombre de simulations qu'on a demandé.
- ➔ L'algorithme retourne les temps pour chacune des stratégies. Il retourne le temps moyen (la moyenne du temps moyen de chaque simulation) des simulations en globalité, il donne aussi les temps maximaux et minimaux (il s'agit ici du pire et du meilleur temps pour chaque stratégie sur l'ensemble des simulations).

7. Analyse des résultats (cf. le tableur "Simulations" en annexe)

Dans le tableur en annexe, vous trouverez les temps moyens, maximaux et minimaux pour chacune des stratégies.
Le principe a été de faire varier certains des paramètres cités en 6. en gardant les autres identiques pour voir si cela fait varier les différents temps. A chaque fois, 10 000 simulations ont été réalisées.
Pour notre analyse, nous avons étudié les temps moyens, nous avons calculé les moyennes de temps de toutes les simulations répertoriées dans le tableur. Nous avons trouvé les chiffres suivants (sur un total de 800 000) :

Stratégie 1 Haut Bas	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5 Celui qui attend depuis le plus longtemps
48,69	48,91	48,40	45,14	49,06

On trouve des temps moyens similaires pour toutes les stratégies (entre 48 et 49 unités environ), sauf pour la stratégie 4 qui a un temps moyen de 45,14. Il semblerait donc que pour le temps moyen, la stratégie 4 se distingue nettement.
Le classement serait le suivant : stratégie 4 > stratégie 3 > Stratégie 1 Haut Bas > Stratégie 2 >

Stratégie 5 Celui qui attend depuis le plus longtemps.

8. Démonstration partielle

Nous allons tenter de démontrer pourquoi la stratégie 4 est, au global, la meilleure.
On pose :

- Plus le temps d'attente des personnes qui souhaitent que l'ascenseur aille à l'étage considéré est grand, plus il est important que l'ascenseur aille à cet étage
- Plus la distance entre l'étage considéré est grande moins il est important d'aller à cet étage.

En partant de ces principes, les stratégies 3 et 4 sont les meilleures. Il reste à déterminer pourquoi la stratégie 4 fait mieux que la 3.

Cas 1 :

Etages	Ascenseur	Somme temps d'attente des pers.	I(e) stratégie 3	I(e) stratégie 4
0	A	0	0	0
1		0	-1	0
2		0	-2	0

On constate que lorsque la somme des temps d'attentes des personnes est nulle, I(e) de la stratégie 3 est égale à –d(e) et I(e) de la stratégie 4 est égale à 0 quelle que soit la distance.

Cas 2 :

Etages	Ascenseur	Somme temps d'attente des pers.	I(e) stratégie 3	I(e) stratégie 4
0	A	0	0	0
1		0	-1	0
2		1	-1	0.5

On peut remarquer que pour la stratégie 3, l'ascenseur reste sur place tant que: $\sum_{k=1}^{n} P_k(e) \leq d(e)$. Tandis que pour la stratégie 4, l'ascenseur se met en mouvement dès que $\sum_{k=1}^{n} P_k(e) > 0$.
Donc dans ce genre de situations, l'ascenseur se met en mouvement plus vite avec la stratégie 4 qu'avec la stratégie 3. Et donc cette différence permet de faire baisser le temps moyen de la stratégie 4 par rapport à la stratégie 3.

9. Pistes de recherche

Nous envisageons de tester notre programme avec une probabilité d'apparition différente selon les étages (les gens appellent plus souvent l'ascenseur au rez-de-chaussée ou se dirigent plus souvent vers le rez de chaussée).

Il est aussi possible de faire aller l'ascenseur à un étage particulier lorsque personne n'est dans le bâtiment.

Il faudrait également que nous comparions nos stratégies à celles d'un véritable ascenseur.

10. Conclusion

Nous avons testé nos stratégies sur beaucoup de simulations en variant les paramètres. Il semble que la stratégie 4 (voir partie 5) est la meilleure de manière générale.
Nous pourrions tenter de montrer mathématiquement que cette stratégie est la meilleure.
Peut-être existe-t-il de meilleures stratégies que celles auxquelles nous avons pensé.