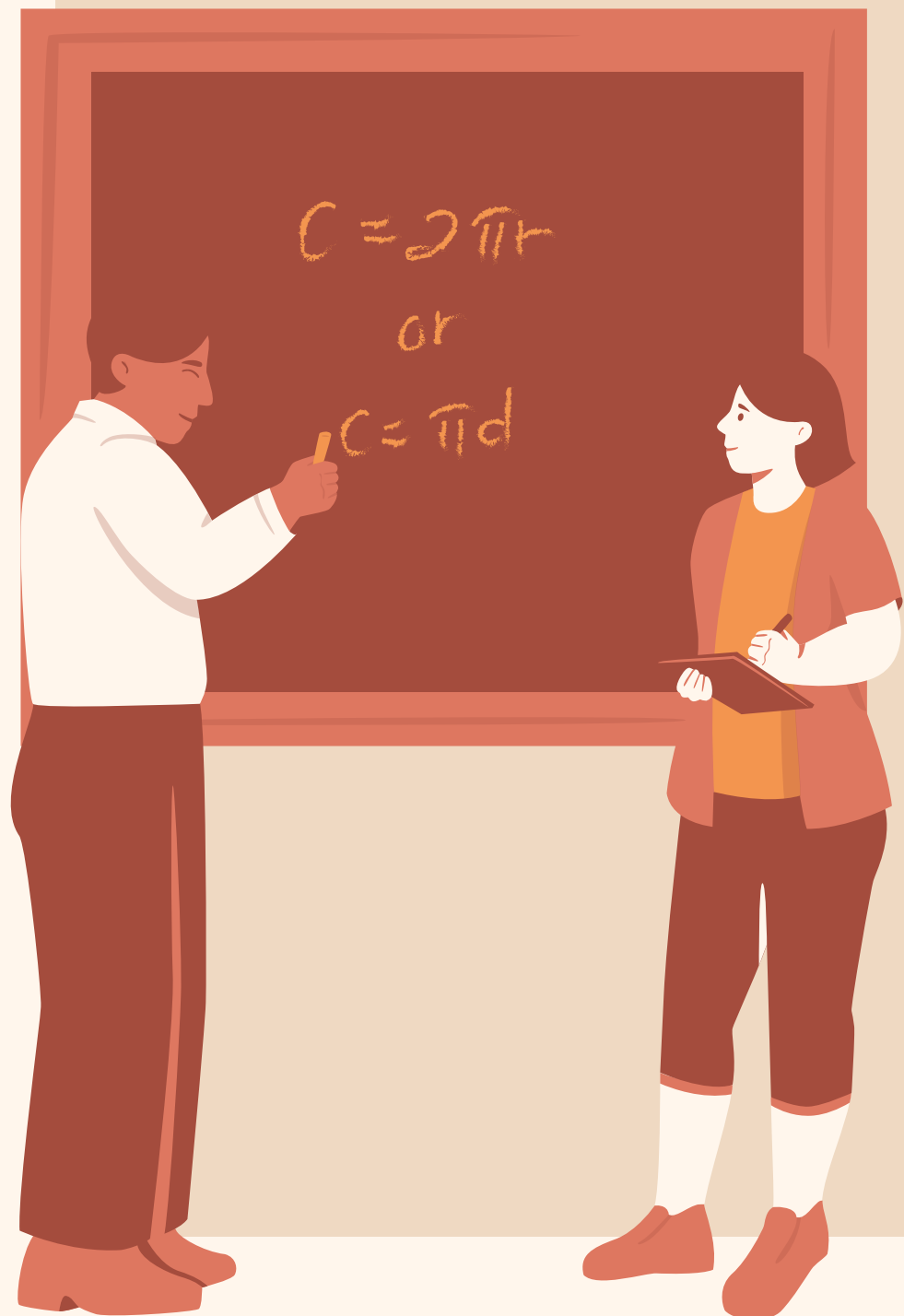
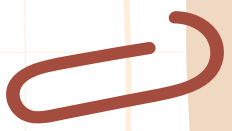


Le pion caché



Sommaire :



- 
- * Présentation du sujet
 - * Questions
 - * Conclusion

Sujet

OBJET



On considère n boîtes placées en ligne. Toutes les boîtes sont vides sauf la première qui contient un objet.

Sujet



Marc choisit un nombre i qu'il ne divulgue pas à son amie Alice.

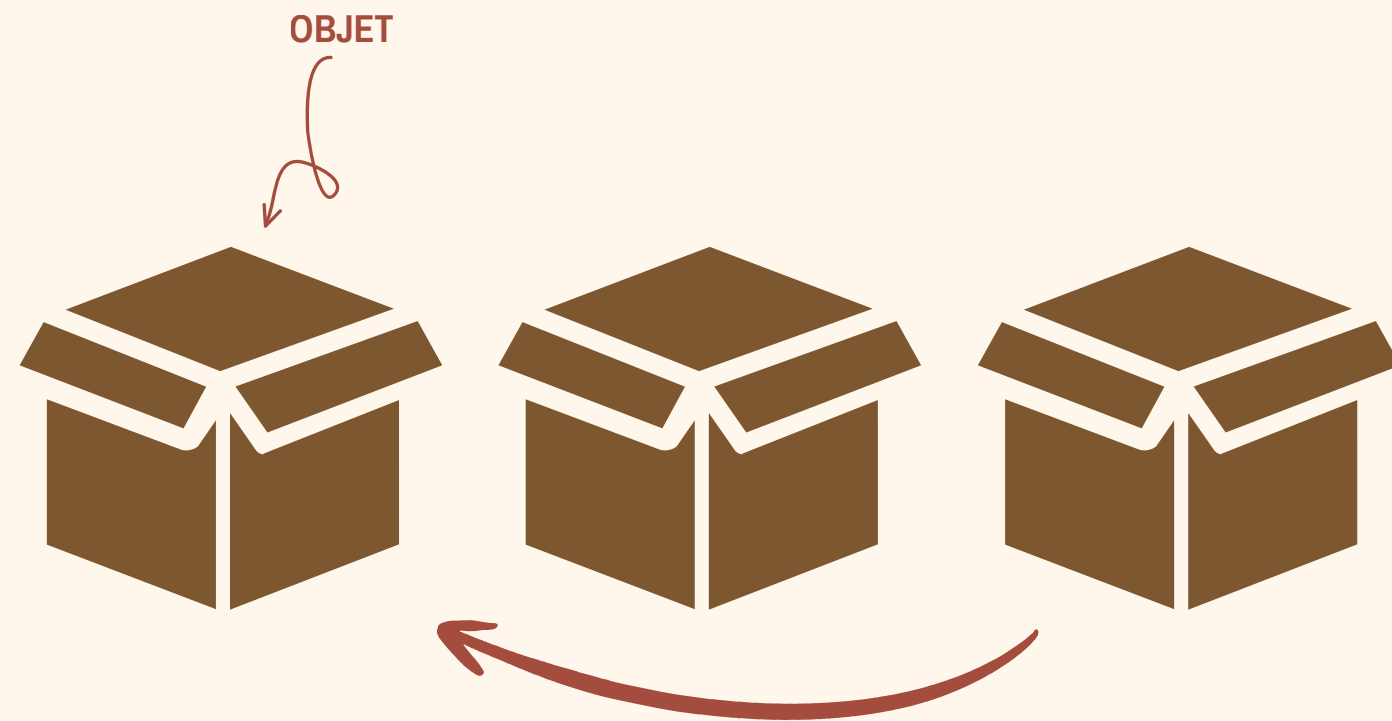
Sujet

OBJET



Pendant qu'Alice se cache les yeux, il déplace l'objet i boîtes plus loin.

Sujet



Si Marc arrive au bout de la ligne, il repart du début (cela compte pour un déplacement).

Sujet



Alice choisit alors une boîte, et si l'objet est dedans le jeu s'arrête.

Sujet

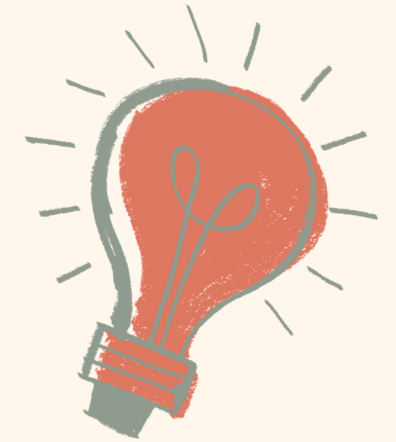
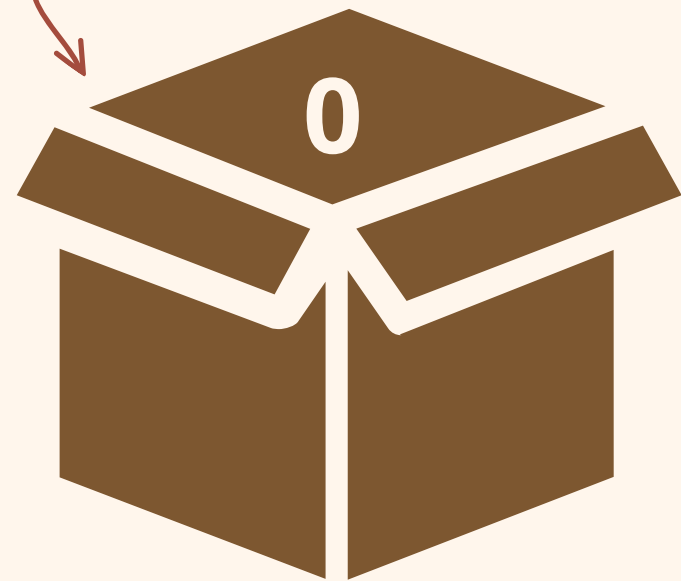


Sinon, elle se cache de nouveau les yeux et Marc redéplace l'objet du même nombre i de boîtes.

Exemple 1

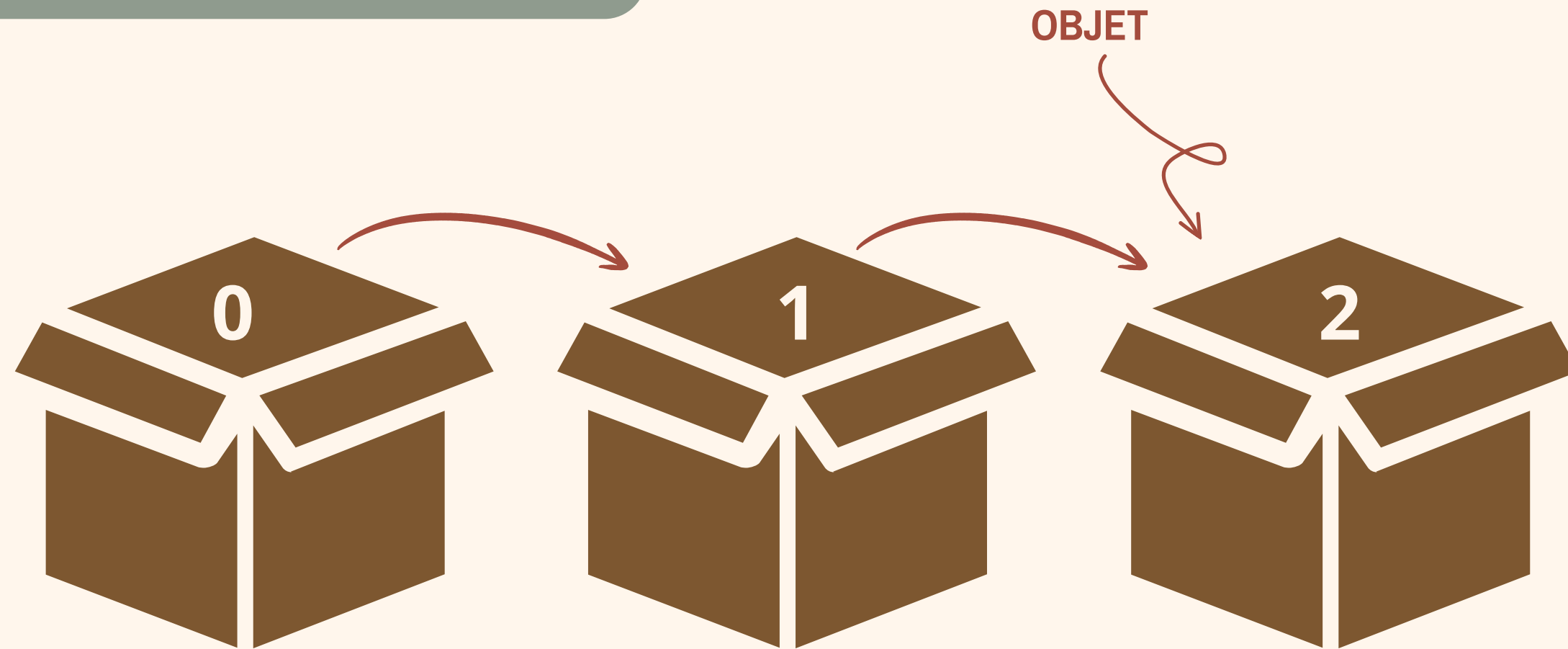
Nombre i dont on se déplace : 2

OBJET



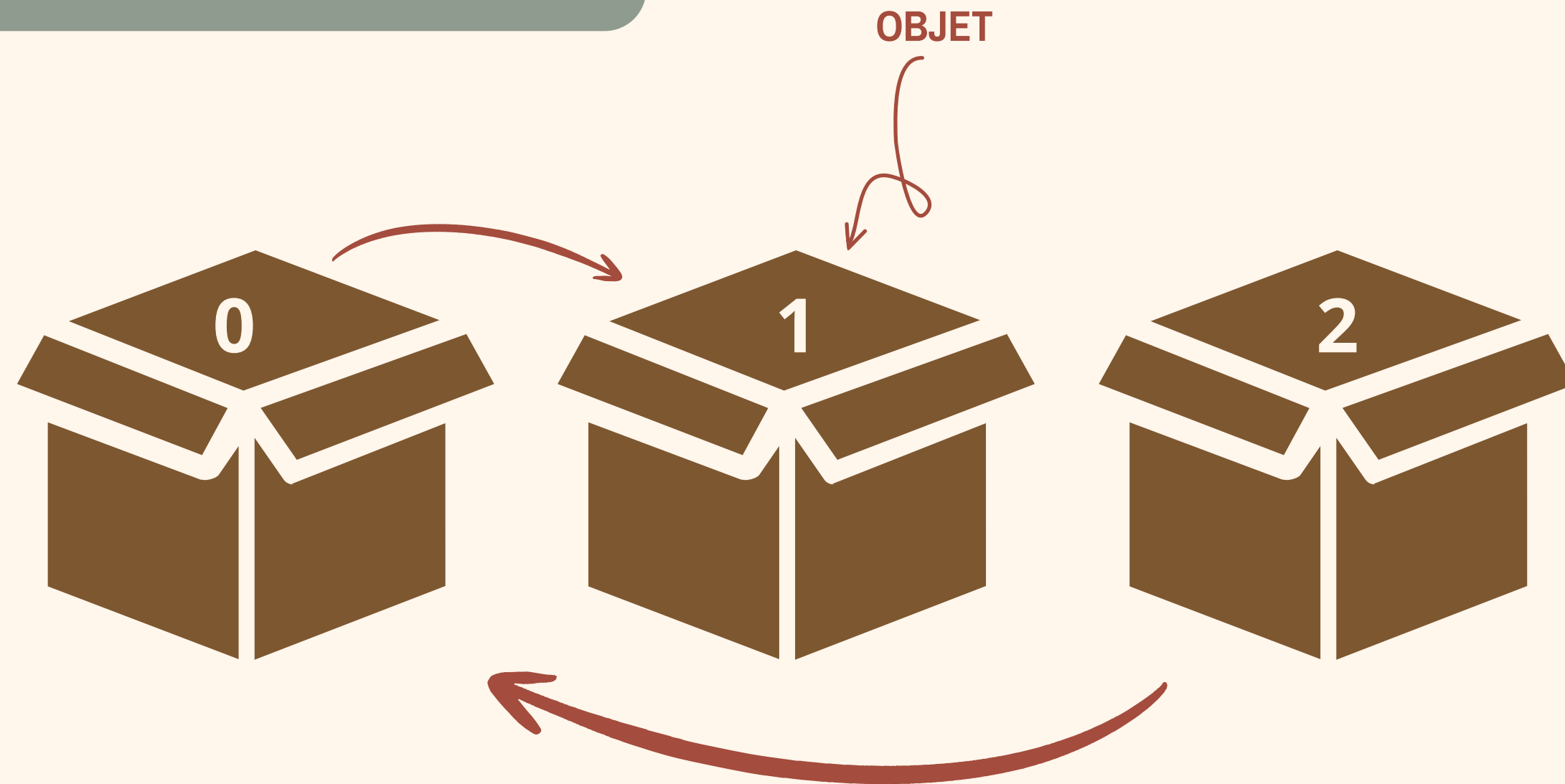
Exemple 1

Nombre i dont on se déplace : 2



Exemple 1

Nombre i dont on se déplace : 2



Exemple 2

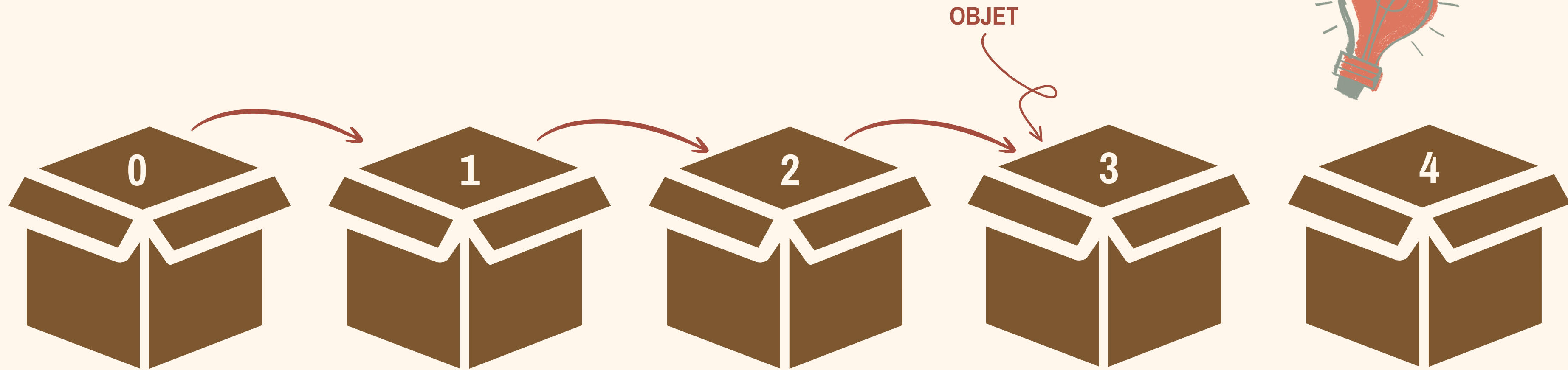
Nombre i dont on se déplace : 3

OBJET



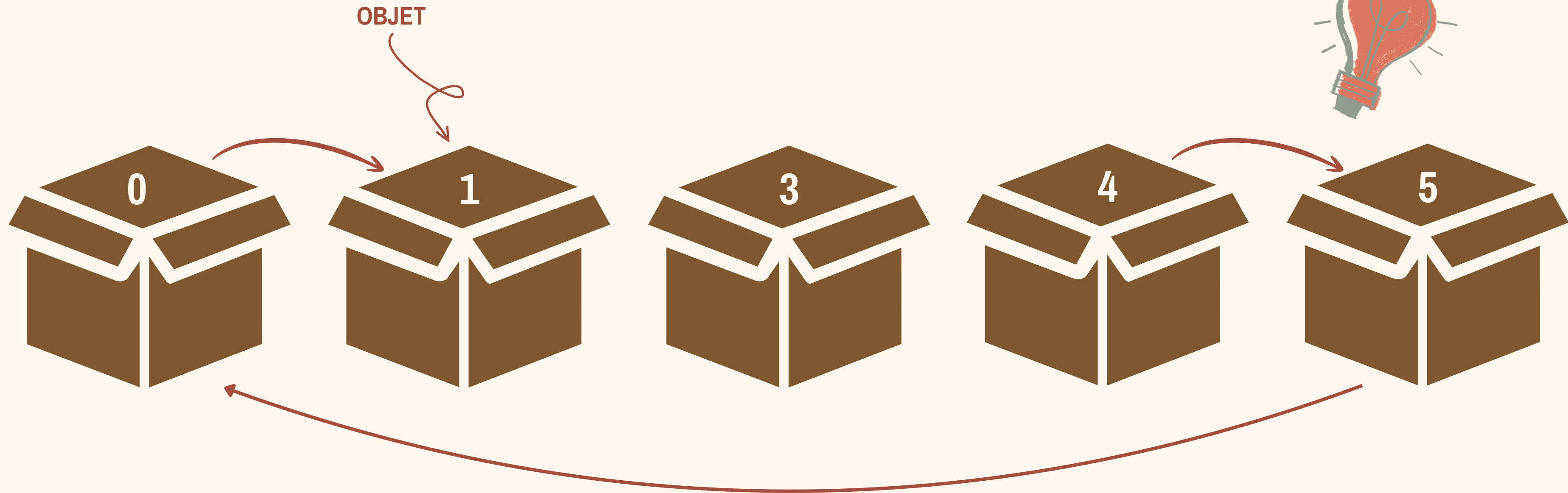
Exemple 2

Nombre i dont on se déplace : 3



Exemple 2

Nombre i dont on se déplace : 3



Tant qu'Alice ne trouve pas l'objet, on continue le même déplacement i

- **Alice pourra-t-elle retrouver l'objet ?**
- **En combien de coup minimum ?**

Remarque

- Si n est le nombre de boîtes alors : $0 \leq i \leq n$
- Si $i = n + 1$ cela équivaut à choisir $i = 1$, On écrit cela : $i \equiv 1[n]$
 $i = n + 2$ cela équivaut à choisir $i = 2$. On a : $i \equiv 2[n]$
- Et ainsi de suite.

Notations

n : nombre de boîtes ; elles seront numérotées de 0 à $n - 1$

i : nombre de boîtes dont on se déplace.

k : le nombre de répétitions

On a donc le déplacement total qui est $i*k$.

En réalité on se déplace du reste r de la division euclidienne de $i*k$ par n : $r \equiv i*k[n]$

À vous de jouer



Question

1



Avec 6 boîtes montrer qu'elle peut réussir en 4 coups seulement, quelque soit le nombre i choisi par Marc.

TABLEAU POUR 6 BOÎTES

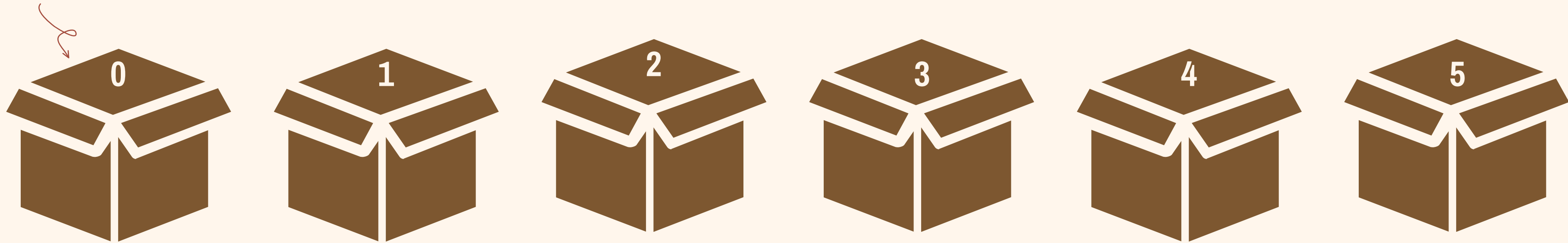
PLACE DU PION CACHE EN FONCTION DE "I" LE NOMBRE CHOISIS PAR LE JOUEUR

TOUR 1	6	1	2	3	4	5
TOUR 2	6-3		1-4		2-5	
TOUR 3	6-2-4			1-3-5		
TOUR 4	6-3		2-5		1-4	
TOUR 5	6	5	4	3	2	1
TOUR 6	6-1-2-3-4-5					

Démonstration



OBJET



	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	0
2	2	4	0	2	4	0
3	3	0	3	0	3	0
4	4	2	0	4	2	0
5	5	4	3	2	1	0
6	0	0	0	0	0	0

Tableau pour 6 boîtes

Nombre i dont on se déplace

Nombre k d'itérations

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	0
2	2	4	0	2	4	0
3	3	0	3	0	3	0
4	4	2	0	4	2	0
5	5	4	3	2	1	0
6	0	0	0	0	0	0

Tableau pour 6 boîtes

Nombre i dont on se déplace

Nombre k d'itérations

		1	2	3	4	5	6
1	1	1	2	3	4	5	0
2	2	2	4	0	2	4	0
3	3	0	3	0	3	3	0
4	4	4	2	0	4	2	0
5	5	5	4	3	2	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0

Si $i = 3$ et qu'on se déplace 5 fois, on arrivera dans la 4^è boîte, la n°3.

$$3 * 5 = 15 \text{ et } 15 \equiv 3 [6]$$

Tableau pour 6 boîtes

Nombre i
dont on se
déplace

Nombre k
d'itération

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	0
2	2	4	0	2	4	0
3	3	0	3	0	3	0
4	4	2	0	4	2	0
5	5	4	3	2	1	0
6	0	0	0	0	0	0

Tableau pour 6 boîtes

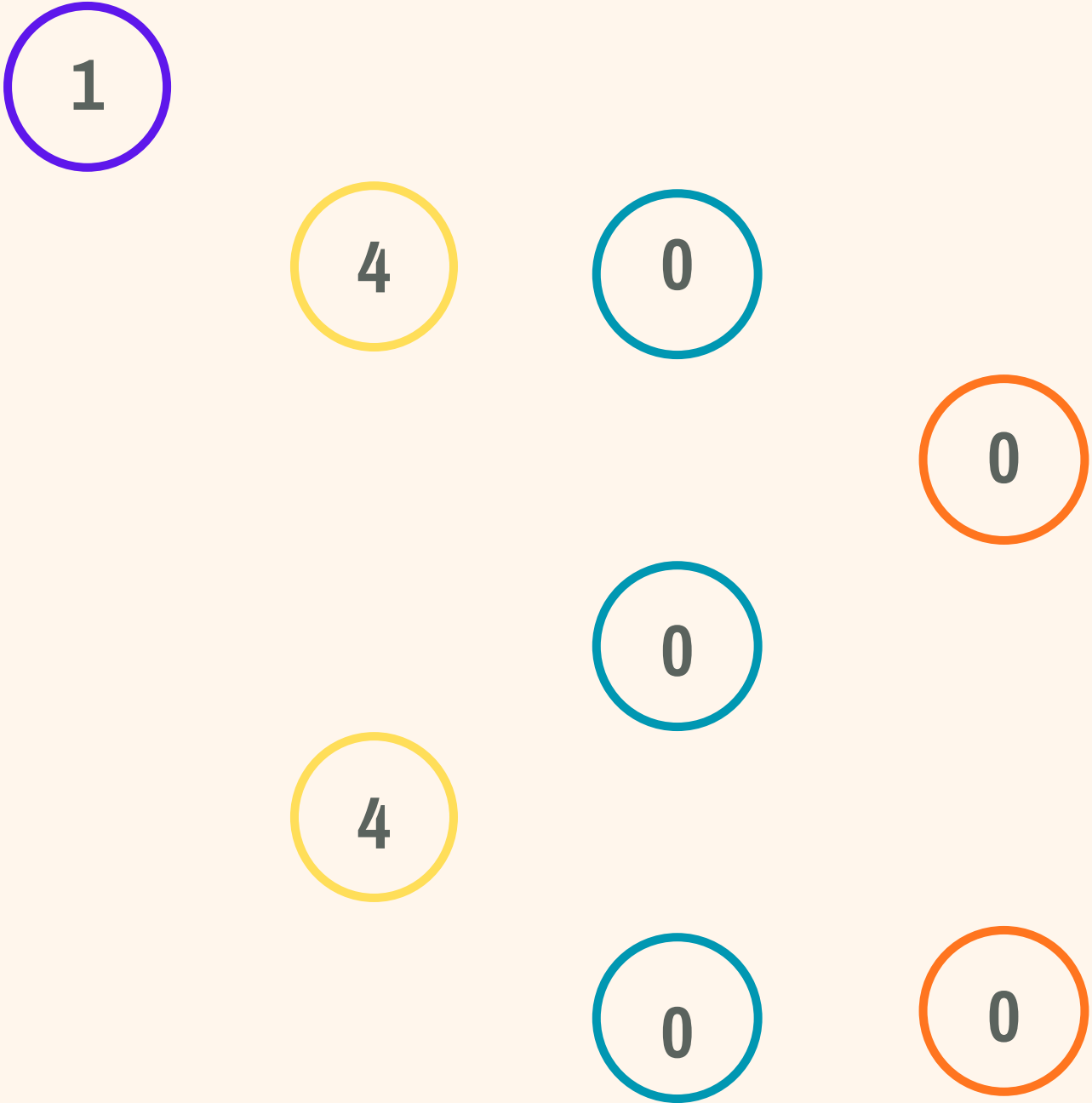


Tableau pour 6 boîtes

1

4

0

0

Une des successions des choix
d'Alice possibles :

1 ; 4 ; 0 ; 0

Tableau pour 3 boîtes

Nombre i dont
on se déplace

Nombre k
d'itérations

	1	2	3
1	1	2	0
2	2	1	0
3	0	0	0

Tableau pour 5 boîtes

Nombre i dont on se déplace

Nombre k d'itérations

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	0
2	2	4	1	3	0
3	3	1	4	2	0
4	4	3	2	1	0
5	0	0	0	0	0

Tableau pour 7 boîtes

Nombre i
dont on se
déplace

Nombre k
d'itération

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	4	6	1	3	5	0
3	3	6	2	5	1	4	0
4	4	1	5	2	6	3	0
5	5	3	1	6	4	2	0
6	6	5	4	3	2	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0

Tableau pour 8 boîtes

Nombre i
dont on se
déplace

Nombre k
d'itération

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	4	6	0	2	4	6	0
3	3	6	1	4	7	2	5	0
4	4	1	5	2	6	3	0	0
5	5	3	1	6	4	2	0	0
6	6	5	4	3	2	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Question

2



Montrer que Alice peut se débrouiller pour arrêter le jeu en n essais ou moins.

Explications

Dans nos exemple, on a réussi à trouver l'objet en au plus n coups.

Démonstration :

Pour tout nombre i duquel on se déplace avec $1 \leq i \leq n$ si on répète n fois le déplacement i , on aura $n * i \equiv 0[n]$.

Donc si Alice choisit n fois la première boîte n°0, elle est sûre de trouver l'objet qui sera revenu dans cette boîte.

Parfois on n'arrive à trouver l'objet à coup sûr en moins de n coups.

C'est le cas pour $n = 6$ (en 4 coups) ou encore $n = 8$...

Mais pour 3, 5 ou 7 boîtes il a fallu n coups pour trouver l'objet.

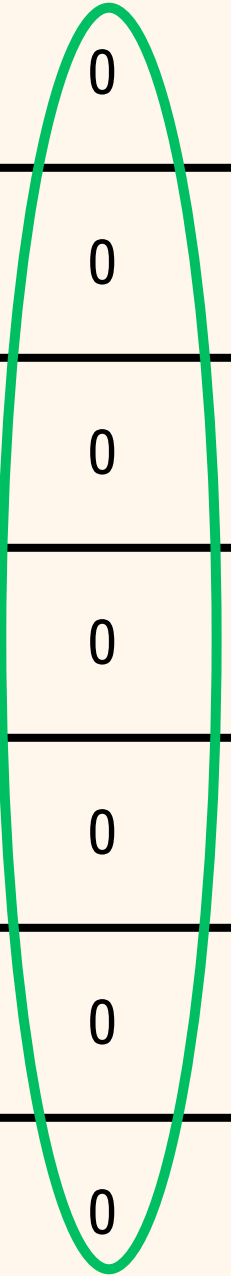
CONJECTURE : Pour les nombres premiers, il faut forcément n coups pour trouver l'objet, dans le cas optimal, et moins de n coups lorsque n n'est pas un nombre premier.

Tableau pour 7 boîtes

Nombre i
dont on se
déplace

Nombre k
d'itération

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	4	6	1	3	5	0
3	3	6	2	5	1	4	0
4	4	1	5	2	6	3	0
5	5	3	1	6	4	2	0
6	6	5	4	3	2	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0



On espère que tout cela vous a permis de mieux comprendre ce sujet

Exposé et présenté par :

- Tessa MENESES DA COSTA
- Claire RAMARA
- Céliane GOMBAULT
- Maxime PODZOROV
- Anas LAAMARI
- Ismaïl FADLALLAH
- Kenji COURTELLEMONT
- Adrien CHARPENTIER

