

Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

Tennis

Année 2025 – 2026

Dikongue Manel 2^d B

Établissement(s) : Lycée Français de Berlin

Enseignant-e(s) : Magali Leick, Julien Duthil, Jean-Luc Pérotin

Chercheur-Chercheuse(s) : Julian Kern, FU Berlin.

1. Introduction

1.1. Présentation du sujet

Le système de comptage des points au tennis joue un rôle essentiel dans la dynamique d'un match et explique en partie pourquoi un joueur peut gagner la majorité des rencontres tout en remportant un peu plus de la moitié des points. En effet, statistiquement Roger Federer marque en moyenne 54 % des points et pourtant il gagne 80 % de ses matchs. Il y a un paradoxe. Il s'agit donc d'élaborer une représentation mathématique à l'aide des probabilités permettant de mettre en évidence et comprendre ce phénomène

1.2. Résultats

Sur la base de calculs faits sur un arbre de probabilité on a établi que Roger Federer a 60 % de chances de gagner un jeu s'il a 54 % de chances de marquer un point. Sa probabilité de gagner un jeu est plus élevée que celle de gagner un point.

Tandis que son adversaire a moins de chance de gagner un jeu que de gagner un point.

2. Règles du tennis

Le système de décompte des points au tennis est particulier et joue un rôle très important dans le déroulement et le résultat d'un match. Nous allons revoir les règles de base du décompte des points au tennis de façon claire et simple.

Au tennis, les points ne se comptent pas comme dans les autres sports. On commence à zéro qu'on appelle « love ». Ensuite, le premier point vaut 15, puis le second 30, puis le troisième 40. Quand un joueur gagne 4 points avec au moins 2 points d'écart, il gagne le jeu.

Si les deux joueurs arrivent à 40 - 40, on parle d'égalité. Le joueur qui gagne le point suivant prend l'avantage. S'il gagne encore le point suivant, il gagne le jeu. Sinon, on revient à l'égalité.

Un set est composé de plusieurs jeux. Pour gagner un set, il faut gagner six jeux, avec au moins deux jeux d'écart, par exemple 6 - 4. S'il y a 6 - 6 on joue au tie-break.

Le tie-break départage les joueurs à 6 - 6. Les points se comptent normalement : 1, 2, 3... etc. Il faut atteindre au minimum sept points pour gagner le set, toujours avec deux points d'écart minimum.

Un match se joue en : deux sets gagnants (la plupart des compétitions) ou trois sets gagnants (tournois masculins du Grand Chelem)

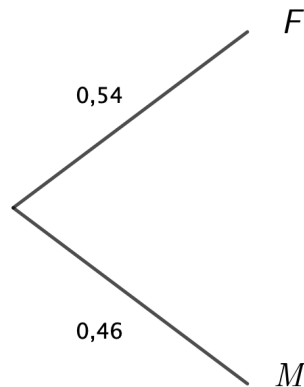
3. Probabilités

3.1. Représentation du problème : Arbre de probabilité

Imaginons que moi Manel je joue un match contre Roger Federer.

On note F l'évènement « Federer gagne le point » et M l'évènement contraire « Manel gagne le point »

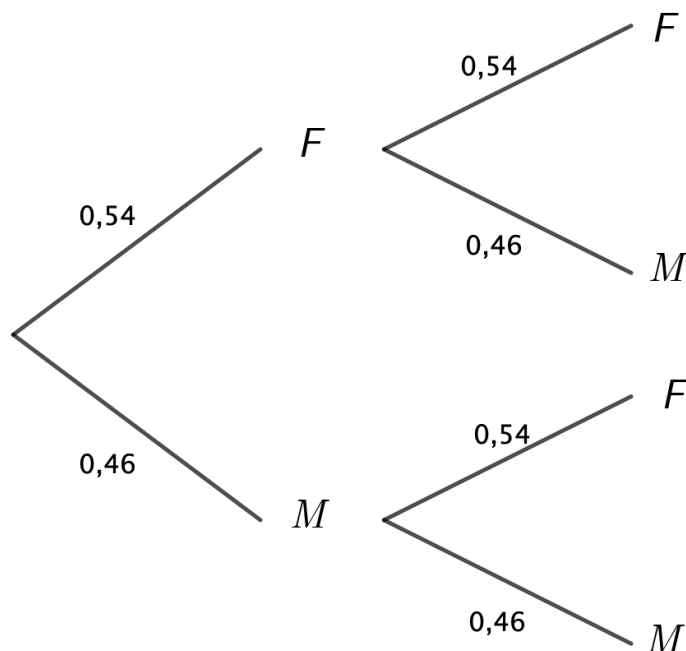
Si l'on suppose que la probabilité que Federer gagne un point est de 0,54, on peut représenter la situation ainsi :



La première branche représente la possibilité que Federer marque un point : $P(F) = 0,54$ puisqu'il marque 54 % des points .

La deuxième branche représente la possibilité que son adversaire, c'est-à-dire Manel, marque un point : $P(M) = 0,46$ car la somme des probabilités doit être égale à 1 .

3.2. Répétition des possibilités



Puisqu'il faut gagner quatre points pour remporter le jeu, on continue la construction de l'arbre. Donc après que Federer marque un point, le deuxième point peut être gagné soit par lui, soit par Manel qui va gagner son premier point. Et inversement, après que Manel marque un point, le deuxième point peut être gagné soit par elle, soit par Federer qui va gagner son premier point.

3.3. Premiers calculs

On remarque donc que Federer peut soit marquer deux points (sur la ligne FF), soit marquer un point (sur les lignes FM et MF), soit aucun point (sur la ligne MM).

Donc,

La probabilité que Federer remporte deux points est de

$$P(FF) = (0,54)^2$$

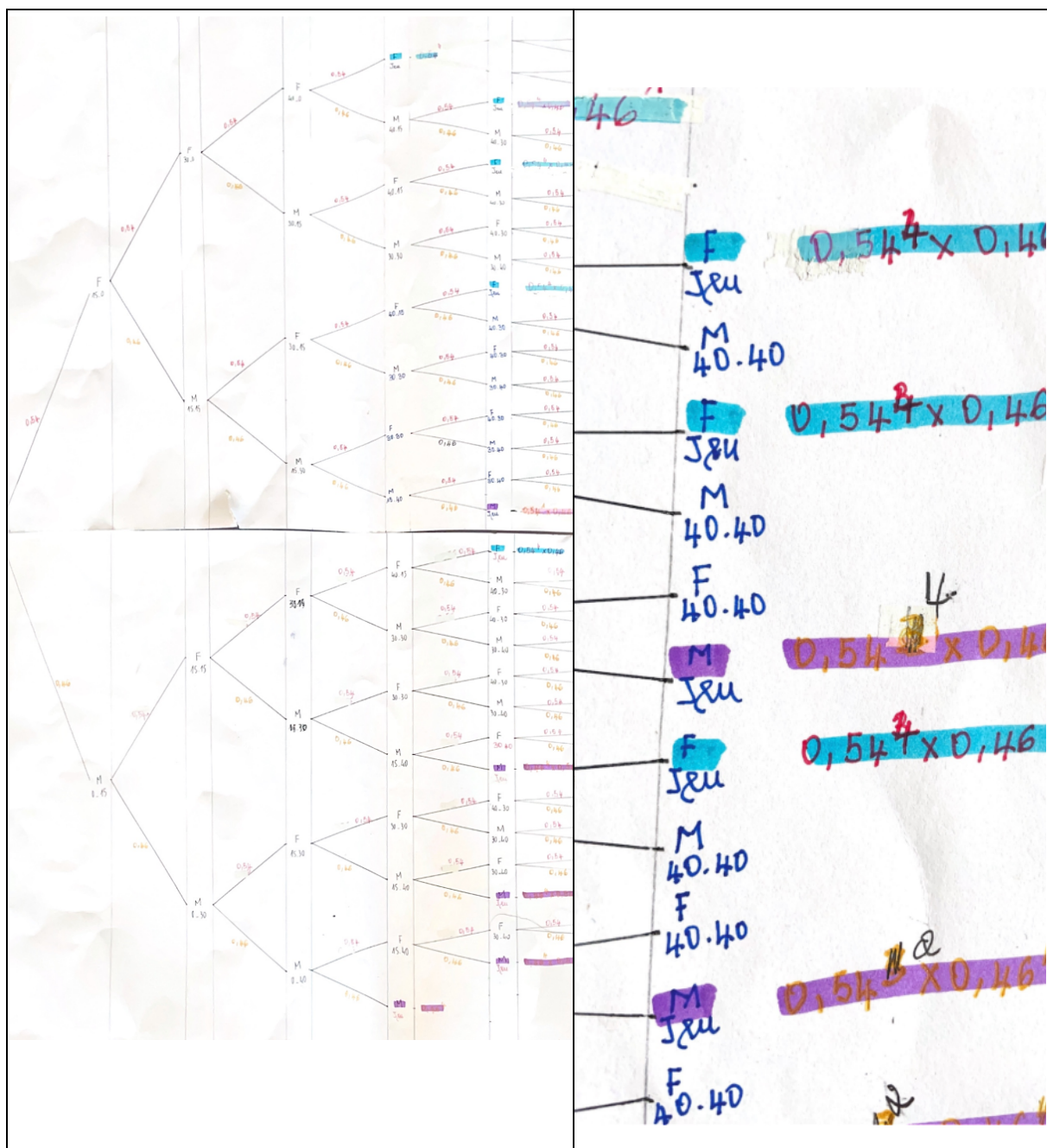
La probabilité que Federer remporte un point est de

$$P(FM) + P(MF) = 0,54 \times 0,46 + 0,46 \times 0,54 = 2 \times 0,54 \times 0,46$$

La probabilité que Federer remporte zéro point est de

$$P(MM) = (0,46)^2$$

3.4. Remporter le jeu sans passer par l'égalité



Sur cette partie de l'arbre de probabilités, les probabilités que Roger Federer remporte un jeu sont représentées en bleu tandis que celle de Manel sont en violet.
La somme de ces probabilités donne la probabilité que Federer gagne le jeu SANS passer par l'ÉGALITÉ.

On a compté le nombre de branches sur lesquelles Federer marque 4 points en distinguant celles où Manel marque 0, 1 ou 2 points

$$\begin{aligned} P(\text{F gagne le jeu SANS égalité}) &= 0,54^4 \times (1 \times 0,46^0 + 4 \times 0,46^1 + 10 \times 0,46^2) \\ &\approx 0,421 \end{aligned}$$

De la même manière

$$\begin{aligned} P(\text{M gagne le jeu SANS égalité}) &= 0,46^4 \times (1 \times 0,54^0 + 4 \times 0,54^1 + 10 \times 0,54^2) \\ &\approx 0,272 \end{aligned}$$

3.5. Égalité

La probabilité d'une branche qui amène l'égalité 40 - 40 est de :

$$0,54^3 \times 0,46^3$$

En effet il faut que Federer et Manel marquent chacun 3 points.

Après cette égalité, l'un des deux joueurs doit marquer deux points consécutifs sinon le score revient à l'égalité, donc :

La probabilité que Federer gagne le jeu après une première égalité est

$$\begin{aligned} P(F_1) &= 0,54^3 \times 0,46^3 \times \mathbf{0,54^2 \text{ il doit marquer 2 points d'affilée}} \\ &= 0,54^5 \times 0,46^3 \end{aligned}$$

La probabilité de retour à une seconde égalité est

$$\begin{aligned} P(E_1) &= 0,54^3 \times 0,46^3 \times \mathbf{2 \times 0,54 \times 0,46 \text{ Manel et Federer marquent chacun 1 point peu importe l'ordre}} \\ &= 2 \times 0,54^4 \times 0,46^4 \end{aligned}$$

La probabilité que Manel gagne le jeu après une première égalité est

$$\begin{aligned} P(M_1) &= 0,54^3 \times 0,46^3 \times \mathbf{0,46^2 \text{ Manel doit marquer 2 points d'affilée}} \\ &= 0,54^3 \times 0,46^5 \end{aligned}$$

3.6. Égalité et tableur

La situation peut se répéter plusieurs fois, on utilise un tableur pour simuler ses répétitions.

On appelle les événements :

E_n : après une égalité, le score retourne une $n^{\text{ème}}$ fois à l'égalité

F_n : après une égalité, Federer gagne le jeu après exactement n égalités.

M_n : après une égalité, Manel gagne le jeu après exactement n égalités.

D'après ce qui précède on a :

$$P(F_n) = P(E_{n-1}) \times \mathbf{0,54^2}$$

$$P(E_{n+1}) = P(E_n) \times \mathbf{2 \times 0,54 \times 0,46}$$

$$P(M_n) = P(E_{n-1}) \times \mathbf{0,46^2}$$

On saisit ces relations dans un tableur :

	A	B	C	D
1	n =	En	Fn	Mn
2	0	0,01532692		
3	1	0,00761441	0,00446933	0,00324318
4	2	0,00378284	0,00222036	0,00161121
-				

Dans la cellule B2 on entre la probabilité d'une branche qui mène à une première l'égalité : $0,54^3 \times 0,46^3$

Dans la cellule B3 on entre la relation $P(E_{n+1}) = P(E_n) \times 2 \times 0,54 \times 0,46$ donc la formule =**B2*2*0,54*0,46**

Dans la cellule C3 on entre la relation $P(F_n) = P(E_{n-1}) \times 0,54^2$ donc =B2*0,54^2

Dans la cellule D3 on entre la relation $P(D_n) = P(E_{n-1}) \times 0,46^2$ donc =B2*0,46^2

Puis on étire les formules, on obtient :

	A	B	C	D
1	n =	En	Fn	Mn
2	0	0,015326916		
3	1	0,007614412	0,00446933	0,00324318
4	2	0,00378284	0,00222036	0,00161121
5	3	0,001879315	0,00110308	0,00080045
6	4	0,000933644	0,00054801	0,00039766
7	5	0,000463834	0,00027225	0,00019756
8	6	0,000230433	0,00013525	9,8147E-05
9	7	0,000114479	6,7194E-05	4,876E-05
10	8	5,68732E-05	3,3382E-05	2,4224E-05
11	9	2,82546E-05	1,6584E-05	1,2034E-05
12	10	1,40369E-05	8,239E-06	5,9787E-06
13	11	6,97352E-06	4,0932E-06	2,9702E-06
14	12	3,46445E-06	2,0335E-06	1,4756E-06
15	13	1,72114E-06	1,0102E-06	7,3308E-07
16	14	8,55061E-07	5,0188E-07	3,6419E-07
17	15	4,24794E-07	2,4934E-07	1,8093E-07
18	16	2,11038E-07	1,2387E-07	8,9886E-08
19	17	1,04844E-07	6,1539E-08	4,4656E-08
20	18	5,20863E-08	3,0572E-08	2,2185E-08
21	19	2,58765E-08	1,5188E-08	1,1021E-08
22	20	1,28554E-08	7,5456E-09	5,4755E-09

La probabilité que Federer gagne le jeu en étant passé par l'égalité est la somme des probabilités d'avoir gagné le jeu après exactement 1, 2, 3, ... égalités.

Au fur et a mesure la valeur de la probabilité que l'un des deux gagne avec après exactement n égalités devient très petite, on peut donc l'ignorer.

Probabilité que Federer gagne le jeu après l'égalité :

$$P(F) \approx P(F_1) + P(F_2) + P(F_3) + P(F_4) + P(F_5) + \dots + P(F_{20}) = 0,0089$$

De même la probabilité que Manel gagne le jeu après l'égalité est : $P(M) = 0,0064$

4. Jeu

Dans l'arbre il y a 20 cas d'égalité :

$$\begin{aligned}P(\text{F gagne le jeu}) &= P(\text{F gagne sans égalité}) + 20 \times P(\text{F gagne avec égalité}) \\ &= 0,421 + 20 \times 0,0089 \\ &\approx 0,6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{M gagne le jeu}) &= P(\text{M gagne sans égalité}) + 20 \times P(\text{M gagne avec égalité}) \\ &= 0,272 + 20 \times 0,0064 \\ &\approx 0,4\end{aligned}$$

5. Conclusion

Si la probabilité que Federer gagne un point est de 0,54, celle qu'il gagne un jeu est d'environ 0,6. Il a donc plus de chance de gagner le jeu que de marquer un point !

Si la probabilité que Manel gagne un point est de 0,46, celle qu'elle gagne le jeu est d'environ 0,4. Manel a donc moins de chance de gagner le jeu que de marquer un point !

Note d'édition

L'article est très clair, malgré son parti-pris élémentaire. Néanmoins, un peu d'algèbre peut éclairer le lecteur plus savant. On reprend le calcul de l'autrice sous forme littérale, en notant $p=0,54$ et $q=1-p$. La probabilité p_F que Federer gagne sans égalité vaut $p^4(1+4q+10q^2)$. La probabilité $p(E)$ que les joueurs arrivent à l'égalité est $20 p^3 q^3$.

Supposons qu'à l'instant $n=0$, les deux joueurs sont à égalité. L'événement $E_n = \{\text{les joueurs reviennent au moins } n \text{ fois à égalité}\}$ satisfait $p(E_0)=1$ et $p(E_{n+1})=2pq p(E_n)$. La suite $p(E_n)$ est géométrique de raison $2pq$, donc $p(E_n)=(2pq)^n$. L'événement $F_n = \{\text{F gagne le jeu après exactement } n \text{ nouvelles égalités}\}$ satisfait $p(F_n)=p^2 p(E_{n-1})$. Par conséquent, la probabilité conditionnelle $p(\text{F gagne} \mid \text{au moins une égalité})$, abrégée $p(F|E)$, vaut

$$p(F|E) = p(F_1)+p(F_2)+\dots+p(F_n)+\dots = p^2(1 + 2pq + (2pq)^2 + \dots + (2pq)^n + \dots).$$

En utilisant l'expression de la somme d'une série géométrique, $1+a+a^2+\dots = 1/(1-a)$, on obtient

$$p(F|E)=p^2/(1-2pq).$$

Avec la formule des probabilités totales, on calcule la probabilité que Federer gagne le jeu,

$$p(F) = p_F + p(E)p(F|E) = p^4(1+4q+10q^2)+20p^5q^3/(1-2pq).$$